سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir
MSc-PhD Computer-IT

اعداد بی علامت .

یک عدد a که دارای n رقم صحیح و M رقم اعشاری است را بصورت زیر نمایش می‌دهند.

$$a=(a_{n-1}a_{n-2}\sim a_2a_1a_0 / a_{-1}a_{-2}\sim a_{-m})_r$$

از سمت چپ به راست از $i=0$ ← → از سمت راست به چپ از $i=0$ شروع می‌کنیم

شروع می‌کنیم

$$n=1+5-1-0\Rightarrow n-1\geq i\geq 0 \rightarrow i=\text{اندیس ارقام صحیح}$$

نکته) تعداد اعداد صحیح در یک بازه

$a\leq x\leq b \rightarrow b-a+1$ (-2)

$\left.\begin{matrix} a\leq x<b \\ a<x\leq b \end{matrix}\right\} \rightarrow b-a$ (-1)

$a<x<b \rightarrow b-a-1$ (-1)

نکته) در مبنا r ارقام از 0 هستند تا $r-1$

بیشترین مبنا x رقم

بدست آوردن مقدار یک عدد مبنا r در مبنا 10 = تبدیل یک عدد مبنا r به مبنا 10

1) $(30124,05)_6 = 4\times6^0+2\times6^1+1\times6^2+3\times6^4+1\times6^{-2}+2\times6^{-4}$

نکته) $a^{-m}=\frac{1}{a^m}$

2) $(3B50D9,0AV)_{HoR16} = 9\times16^0+13\times16^1+6\times16^3+11\times16^4+3\times16^5+10\times16^{-2}+7\times16^{-3}$

$10=A$
$11=B$
$12=C$
$13=D$
$14=E$
$15=F$

3) $(1100101,011)_2 = 2^0+2^2+2^5+2^6+2^{-2}+2^{-4}+2^{-5}$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

مثال) مقدار عدد $(0,\overline{34})$ برابر چه عددی است در مبنا ۱۰ ؟

$$(0,\overline{34})_5 = 3\times5^{-1}+4\times5^{-2}+3\times5^{-3}+4\times5^{-4}+3\times5^{-5}+4\times5^{-6}+\cdots$$

$$3(5^{-1}+5^{-3}+5^{-5}+5^{-7}+\cdots)+4(5^{-2}+5^{-4}+5^{-6}+\cdots)$$

تصاعد هندسی:

$$=3\times\frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{25}}+4\times\frac{\frac{1}{25}}{1-\frac{1}{25}}=\frac{3\times1\times25}{5\times24}+4\times\frac{1\times25}{25\times24}=\frac{19}{24}$$

$$a+ad^1+ad^2+ad^3+\cdots+ad^n = \text{جمله اول}\times\frac{1-\text{قدرنسبت}^{\text{تعداد جملات}}}{1-\text{قدرنسبت}} = a\times\frac{1-d^{n+1}}{1-d}$$

$$a+ad+\cdots = \frac{\text{جمله اول}}{1-\text{قدرنسبت}}$$

$$\lim_{n\to\infty} a\times\frac{1-d^{n+1}}{1-d} = \frac{a}{1-d} \quad \text{if } |d|<1$$

$$|d|<1 \Rightarrow -1<d<1$$

مثال) عدد $2,\overline{31}$ کسر متعارف آن چیست؟

$x = 2,\overline{31}$

طرفین را در ۱۰۰ ضرب می‌کنیم $\Rightarrow 100x = 231,\overline{31}$ طرفین را از هم کم می‌کنیم $\Rightarrow 99x = 229 \Rightarrow x = \frac{229}{99}$

نکته) مقدار بزرگترین عدد صحیح n رقمی مبنا r برابر است با: r^n-1

مثال) بزرگترین عدد ۵ رقمی مبنا ۸ چه شکلی است و مقدارش چند است؟

$$(77777)_8 = 8^5-1$$

$$(77777)_8 = ?$$
$$+\ (1)_8 = 1\times8^0 = 1$$
$$(100000)_8 = 1\times8^5$$

$$\Rightarrow (77777)_8 = 8^5-1$$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

$(۲۱۵۷۰۶)_۸ + (۳۴۶۴۷)_۸ = (۶۸۵۵۵)_۸$

$(۷۰۶)_۸ \times (۶۴۷)_۸ = (۶۱۰۲۰۰)_۸$

اثبات بصورت پارامتری

$$۱ - ۲^n = \prod_{۲}^{n} (۲-۱)(۲-۱)\cdots(۲-۱)$$

$$\Rightarrow (۱\ ۰\ ۰\ \cdots\ ۰\ ۰)_۲ = ۱ \times ۲^n + (\underbrace{۱\ ۰\ \cdots\ ۰}_{n})_۲$$

مثال) $۲^{۱۱} - ۲^۶ - ۲^۲ - ۱ = ۱۰۱۱\ ۰۱۱۱\ ۰۱۱۱$

نکته) مقدار بزرگترین عدد اعشاری n رقمی مبنا r بصورت زیر است. $r^n - ۱$

مثال) بزرگترین اعشاری ۴ رقمی مبنا ۷ چه شکلی است و مقدارش چند است؟

$$(۰/۶۶۶۶)_۷ = ۱ - ۷^{-۴}$$

$$(۰/۶۶۶۶)_۷ + (۰/۰۰۰۱)_۷ = ۱ \times ۷^{-۴} \Rightarrow (۰/۶۶۶۶)_۷ = ۱ - ۷^{-۴}$$

$$(۱/۰۰۰۰)_۷ = ۱$$

$۰ -۱ -۲ -۳ -۴$

- اعداد به ۲ دسته اعداد بی علامت و علامت دار تقسیم می‌شوند

مقدار علامت با علامت مقدار

- برای نمایش اعداد علامت دار روش های مختلفی وجود دارد از جمله

۱ مکمل
۲
۳
⋮

مکمل ۱ $= ۰۱۰۱ = +۵$

$۱۱۰۱ = -(۲^۳ - ۱) + ۵ = -۲$

۳ ۲ ۱ ۰

علامت مقدار عدد ۴ بیتی	$۰۱۰۱ = +۵$	max $= +۷$
	$۱۱۰۱ = -۵$	min $= -۷$
	$۰۰۰۰ = +۰$	$۰۰۰۰ = +۰$
	$۱۰۰۰ = -۰$	$۱۱۱۱ = -۰$

max $= ۰۱۱۱ = +۷$

min $= ۱۰۰۰ = -۷$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir
مدار منطقی
رامین رضوی

مثال ۲ :

$0101 = +5$

$1101 = -2^3 + 5 = -3$

(۳ ۲ ۱ ۰)

$max = 0111 = +7$

$min = 1000 = -8$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.

@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

اعداد علامت دار : اعداد علامت دار را با روش های مختلفی می‌توان نمایش داد که ما در اینجا به روش آن اشاره می‌کنیم :

۱- **مقدار علامت یا علامت مقدار :** بیت علامت (sign Bit) فقط علامت عدد را مشخص می‌کند و ارزش (مقدار) ندارد . ۰ مثبت بودن عدد و ۱ منفی بودن آن را مشخص میکند

مثال : با ۴ بیت =

$0101 = 5$
$1101 = -5$

با ۴ بیت رنج می‌شود $0 \leq$ رنج ≤ 111 (max)

$-7 \leq$ رنج $\leq +7 \Rightarrow$ تعداد اعداد $= 15$

ما با ۴ بیت ۱۶ تا سمبل داریم . اما در این سیستم ما ۱۵ عدد را با این ۱۶ سمبل نشان می‌دهیم و دلیل آن وجود دو صفر در این سیستم است

$0000 = +0$
$1000 = -0$

سیستم مکمل ۱

- در سیستم مکمل او مکمل ۲ ، سمت چپ‌ترین بیت (SB) علاوه بر نشان دادن علامت عدد مقدار نیز دارد (در صورتی که این بیت ۱ باشد ، دارای یک مقدار بزرگ منفی است)

$1000 = -7 = -(2^3 - 1) + 0 = -7$

مثال : با ۴ بیت ،

$-7 \leq$ رنج $\leq +7 \Rightarrow$ ۱۵ عدد داریم

$1001 = -6$
$1010 = -5$
$1111 = -0$
$0000 = +0$
$0001 = +1$
$\vdots$
$0111 = +7$

مثال : $01101 = +13$
$10010 = -13$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

سیستم مکمل ۲)

مثال با ۴ بیت :

۱۶ عدد را نمایش میدهد $\Rightarrow +7 \geq$ رنج ≥ -8

$3\ 2\ 1\ 0$
$1\ 0\ 0\ 0 = -2^3 + 0 = -8$
⋮
$1\ 1\ 1\ 1 = -8+7 = -1$
$0\ 0\ 0\ 0 = +0$
$0\ 0\ 0\ 1 = +1$
⋮
$0\ 1\ 1\ 1 = +7$

مثال : مقدار عدد $(100110)_2$ در سیستم های زیر داده شده چه می شود؟

بی علامت $\rightarrow 2^6 + 2^4 + 2^2 + 2^0 = 64 + 13 = 77$

علامت مقدار $\rightarrow -13$

مکمل ۱ $\rightarrow -(2^6 - 1) + 13 = -50$

مکمل ۲ $\rightarrow -2^6 + 13 = -51$

مثال : مقدار عدد $(00110)_2$ در چهار سیستم بالا چیست؟

بی علامت $\rightarrow 13$

$+13$

$+13$

$+13$

نکته) تفاوت میان سه سیستم علامت مقدار و مکمل ۱ و مکمل ۲ زمانی است که بیت چپ ترین بیت ۱ باشد

مکمل ۲ (سیستم ۲)

در مبنای ۲ دو نوع مکمل مطرح می شود، ۱) مکمل ۲ radix complement: r
۲) مکمل ۱-۲ reduced complement: r-1

مکمل ۱-۲ : مکمل ۱-۲ عدد a که n رقم صحیح و m رقم اعشار دارد برابر است با :

$$[a]_{r-1} = r^n - r^{-m} - (a)_r$$

مثال) مکمل ۷ عدد $a = (47.24)_8$ را بدست آورید؟

$$[a]_7 = \underbrace{8^2 - 8^{-2}}_{8^2 - 1 + 1 - 8^{-2}} - (47.24)_8$$

نکته : بزرگترین عدد صحیح n رقمی مبنای ۲ $= r^n - 1$
" " اعشار n " " " $= 1 - r^{-n}$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir
مدار منطقی
رامین رضوی

$(۷۷۷,۷۷)_۸ - (۴۷۶,۲۴)_۸ + ۰,۷۷ = (۳۰۱,۵۴)_۸$ ← مکمل ۷ عدد ۹

بزرگترین عددی در مبنا r که n رقم صحیح و m رقم اعشار دارد $= r^n - r^{-m}$

مثال) $(۳۵۷۸۲۷,۱۲۴۲)_۹$:- مکمل ۸ عدد مذکور چه می‌شود؟

$(۵۳۱۰۶۱,۷۶۵۶)_۹$ ← مکمل ۸ عدد گفته شده

$۸^۳ - ۸^{-۲} = (۱۰۰۰,۰۱)_۸ - (۰۰۰,۰۱)_۸ = (۷۷۷,۷۷)_۸$ (روش ۲)

مثال = $۶^۵ - ۶^{-۳} = (۵۵۵۵۵,۵۵۵)_۶$

نکته) برای یافتن مکمل ۱-r عدد a در مبنا r همه ارقام را از ۱-r کم کنید.

نکته) برای یافتن مکمل ۱ یک عدد باینری همه ارقام آن عدد را می‌چرخانیم

$a = (۱۰۰۱۱۰۱۰)_۲$ ⇒ مکمل ۱ $= ۰۱۱۰۰۱۰۱۰$

$(۰۱۱۰۰۱۰۱۰)_۲$

مکمل ۲

مکمل ۲ عدد a در مبنا r برابر است با $[a]_r = r^n - a$

که n تعداد ارقام صحیح است

مثال) مکمل ۸ عدد $a = (۴۷۶,۲۳)_۸$ را بدست آورید؟

$[a]_۸ = ۸^۳ - (۴۷۶,۲۳)_۸ = (۱۰۰۰)_۸ - (۴۷۶,۲۳)_۸ = (۵۰۰,۰۰)_۸ - (۴۷۶,۲۴)_۸ = (۳۰۱,۵۵)_۸$

مثال:

$۱۰۰۰,۰۰۰۰ - (۴۷۶,۲۴۰۰۰۰) = ۵۰۰۰۰$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

نکته) برای یافتن مکمل ۲ در مبنای ۲، صفرهای سمت راست عدد را در صورت وجود رد می‌کنیم تا به اولین رقم غیر ۰ برسیم، سپس این رقم را از ۲ و بقیه ارقام را از ۱-۲ کم می‌کنیم

مثال) مکمل ۹ عدد زیر را بدست بیاورید؟

$a=(۲۵۸۳۷۵/۲۰۵۷۰۰)_۹$

$[a]_۹=(۶۳۰۵۱۳/۵۶۸۳۲۰۰)_۹$

نکته) برای محاسبه مکمل ۲ یک عدد باینری از سمت راست عدد حرکت می‌کنیم تا به اولین یک برسیم (به این یک دست نمی‌زنیم) سپس ارقام باقیمانده سمت چپ این یک را می‌وارونه می‌کنیم

$a=$ ۱۰۱۱۰۱۰۰ (۲)

مکمل ۲ = ۰۱۰۰۱۱۰۰

نکته) $[a]_r=[a]_{r-1}+r^{-m}$: برای یافتن مکمل ۲ می‌توانید مکمل ۱-۲ را بیابید و سپس به آن ۱ جمع کنید

نکته) اگر عدد a صحیح باشد ($m=0$) آن‌گاه داریم: $[a]_r=[a]_{r-1}+1$

۰	0	۰۰۰۰
۱	1	۰۰۰۱
۲	2	۰۰۱۰
⋮	⋮	⋮
۹	9	۱۰۰۱

کدهای رقمی Binary coded decimal: (BCD)

می‌خواهیم ارقام بین ۰ تا ۹ را کد کنیم، پس ۱۰ تا سمبل نیاز داریم

$۹۳۵=$ ۱۰۰۱ ۰۰۱۱ ۰۱۰۱

$+۷۴۲=$ ۰۱۱۱ ۰۱۰۰ ۰۰۱۰

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

قرارداد: برای تبدیل ارقام ۰ تا ۹ به کد ۲۴۲۱ در نیمه اول این ارقام (ارقام ۰ تا ۴) حق نداریم از دوست چپ استفاده کنیم و در نیمه دوم ارقام (ارقام ۵ تا ۹) حتما باید از دوست چپ استفاده کنیم.

	NBCD	excess3	آ آ ۸۴۲۱	۲۴۲۱
۰	۰۰۰۰	۰۰۱۱	۰۰۰۰	۰۰۰۰
۱	۰۰۰۱	۰۱۰۰	۰۱۱۱	۰۰۰۱
۲	۰۰۱۰	۰۱۰۱	۰۱۱۰	۰۰۱۰
۳	⋮	⋮	⋮	۰۰۱۱
۴				۰۱۰۰
۵				۱۰۱۱
۶				⋮
۷				
۸		۱۰۱۲	۱۰۰۰	۱۱۱۰
۹	۱۰۰۱	۱۱۰۰	۱۱۱۱	۱۱۱۱
۱۰	۰۰۰۱ ۰۰۰۰	۰۱۰۰ ۰۰۱۱		
۱۱	۰۰۰۱ ۰۰۰۱	۰۱۰۰ ۰۱۰۰		

غیر مجازهای NBCD ↓

غیر مجازهای ex3	غیر مجازهای آ آ ۸۴۲۱
۱۰۱۰	۰۰۰۱
۱۰۱۱	۰۰۱۰
۱۱۰۰	۰۰۱۱
۱۱۰۱	۱۱۱۰
۱۱۱۰	۱۱۰۱
۱۱۱۱	۱۱۰۰

مثال) عدد ۷۴۵۹ را در کدهای گفته شده نمایش دهید؟

$(7459) = (0111\ 0100\ 0011\ 1001)_{NBCD}$

$(1010\ 0111\ 0110\ 1100)_{ex3}$

$(1001\ 0100\ 0010\ 1111)_{\text{آ آ ۸۴۲۱}}$

$(1101\ 0100\ 0011\ 1111)_{۲۴۲۱}$

نکته) کدهای NBCD و آ آ ۸۴۲۱ و ۲۴۲۱ وزن دار هستند و کد ex3 بدون وزن است

توجه) کد ex3 از افزودن عدد ۳ به BCD بدست می‌آید

$ex3 = NBCD + 3$

$NBCD = ex3 - 3$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

تفریق بی علامت :

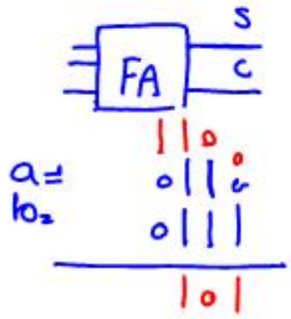
$(a)_r - (b)_r = (a)_r + b$ مکمل ۲ $= (a)_r + b$ مکمل ۱ $+ 1$

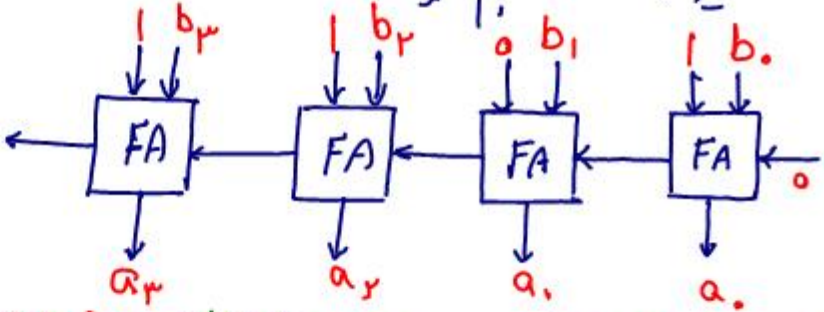
$(a)_r - (b)_r = (a)_r + b$ مکمل یک $+ 1$

۱- تفریق با تبدیل به جمع

۲- " مستقیم : تفریق کند "

سوال) مدار زیر چه عملی را انجام میدهد





$ex3 = NBCD + 3 \Rightarrow NBCD = ex-3 \Rightarrow NBCD = ex3 - 0011 \Rightarrow NBCD = ex3 + (1101)$

ج: اگر دوری ex3 باشد آن را به BCD تبدیل می کند

کد خود مکمل (self complement) : کدی را خود مکمل گوییم که اگر عددمان را در آن نه مکمل ۱ کنیم، مکمل ۹ آن عدد در آن کد بدست می آید.

نکته) کد ex3 خود مکمل است.

$2 = (0101)_{ex3} \xrightarrow{\text{مکمل ۱}} (1010)_{ex3} = 7$

مکمل ۹ دو

نکته) کدهای ex3 و ۸۴۲۱ و ۲۴۲۱ خود مکمل اند

نکته) کد وزن داری که جمع وزنهای آن ۹ نیست نمی تواند خود مکمل باشد (دقت کنید این شرط لازم است نه کافی)

بدست آوردن مکمل ۹ در NBCD

NBCD
۸۴۲۱ $\Rightarrow$ خود مکمل نیست $\Rightarrow$ جمع وزنها $= 18$

۱- عدد را با ۶ جمع و سپس مکمل بگیرید

۲- عدد را مکمل ۱ کنید و سپس با ۱۰۱۰ جمع کنید

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

مثال: مکمل ۹ عدد ۳ رقمی NBCD را بدست آورید:

$(0011)_{NBCD} = 3$ $\xrightarrow{+6}$ 1001 $\xrightarrow{\text{مکمل ۱}}$ $(0110)_{NBCD} = 6$

$(0110)_{NBCD} = 6$ $\xleftarrow{\text{با ۱۰۱۰ جمع می‌کنیم}}$ 1100 $\xleftarrow{\text{مکمل ۱}}$

سوال) چند تا عدد دهدهی بصورت BCD با ۱۶ بیت می‌توان ساخت؟

۱۶ بیت ⟵ ۴ رقم BCD ⟵ ۱ رقم BCD

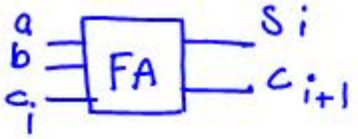
$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$

سوال) چند کد BCD با ۴ بیت می‌توان ساخت؟

۰ → ۱۶
۱ → ۱۵
۲ → ۱۴
۳ ⋮
۴ ⋮
⋮
۹ → ۷

$16 \times 15 \times 14 \times \cdots \times 7 = \frac{16!}{6!} = \frac{\text{بزرگ‌ترین}}{\text{(اگر جایگشت نمی‌گذاشتیم)}}$

جمع و تفریق در مدار FA و HA



a	b	c_i	S_i	c_{i+1}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

XOR تابعی است فرد به این معنا که وقتی تعدد یک‌ها (ورودی فرد باشد خروجی یک میدهد

XOR

$S_i(SOP) = \bar{a}\bar{b}c_i + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + abc = a \oplus b \oplus c_i$

$C_{i+1}(SOP) = \bar{a}bc + a\bar{b}c + ab\bar{c} + abc$

$\text{majority} = ab + ac + bc$

نکته) خودتولانی: $a = a + a + \cdots + a$

$a = a \cdot a \cdot \cdots \cdot a$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

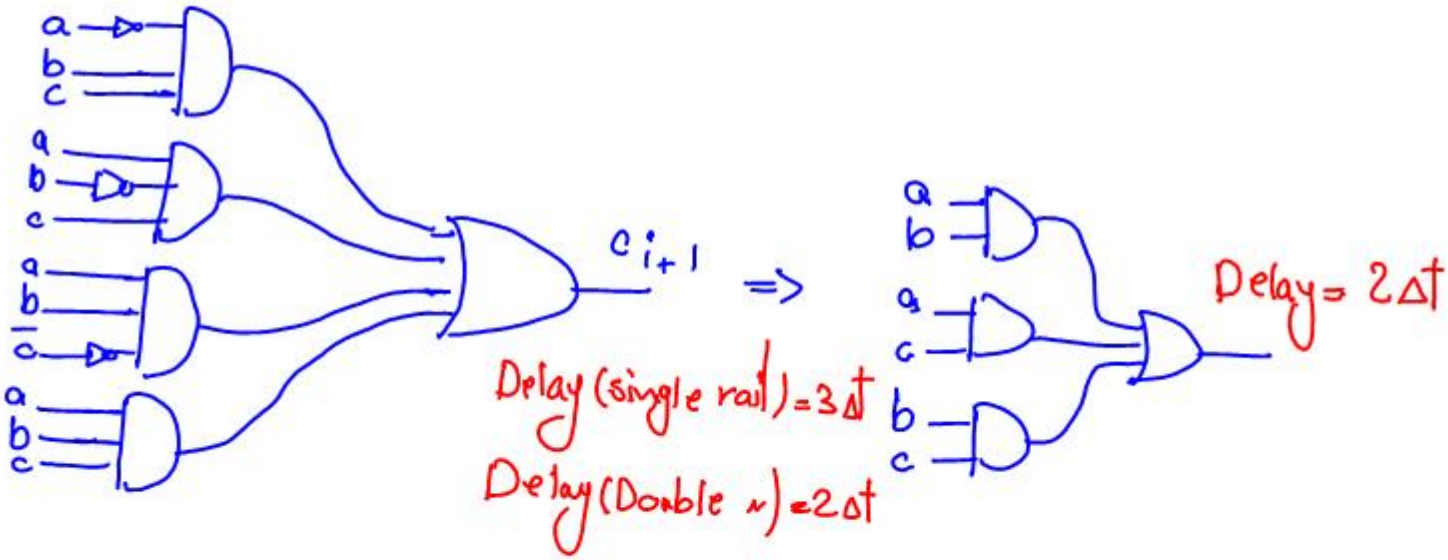
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir
مدار منطقی
رامین رضوی

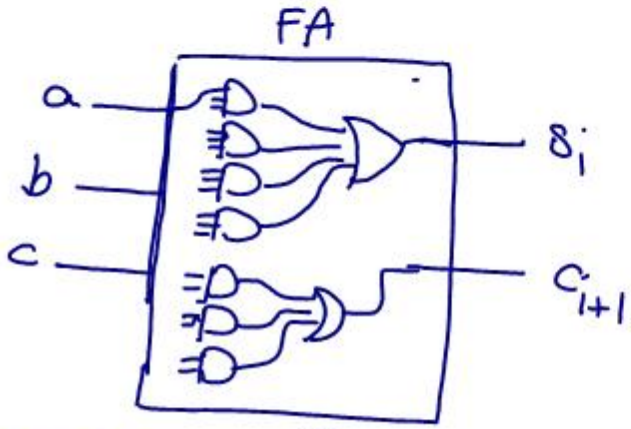
$C_{i+1}(sop) = \bar{a}bc + a\bar{b}c + ab\bar{c} + abc + abc + abc = ab + ac + bc$

$ab(\bar{c}+c) = ab$

$ac(\bar{b}+b) = ac$

$bc(\bar{a}+a) = bc$



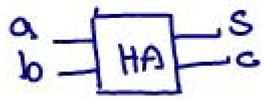


$a \oplus b \oplus c = a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + abc$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

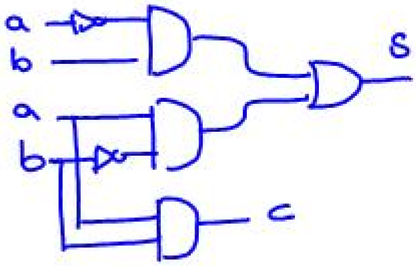
HA :



a	b	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$S = \bar{a}b + a\bar{b} = a \oplus b$

$C = ab$



جمع دو عدد BCD :

$A \rightarrow 0 \leq A \leq 9$

$+\ B \rightarrow 0 \leq B \leq 9$

$0 \leq$ حاصل ≤ 19

۳۴۶ + ۵۶۵ = ۹۱۱

0011 0100 0110 + 0101 0110 0101 = 1001 1011 1011

+0000 0110 0110 → 1001 0001 0001 = 9 1 1

دو دویی = دهدهی ⇐ $0 \leq$ حاصل ≤ 9

⇐ $10 \leq$ حاصل ≤ 19

۶ + دو دویی = دهدهی

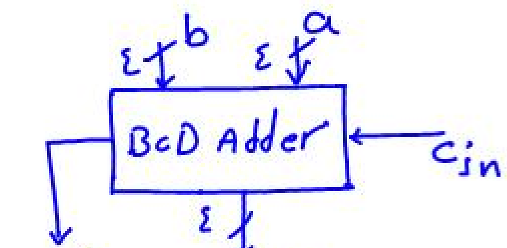
۶ + ۵ = 11 → 0001 0001

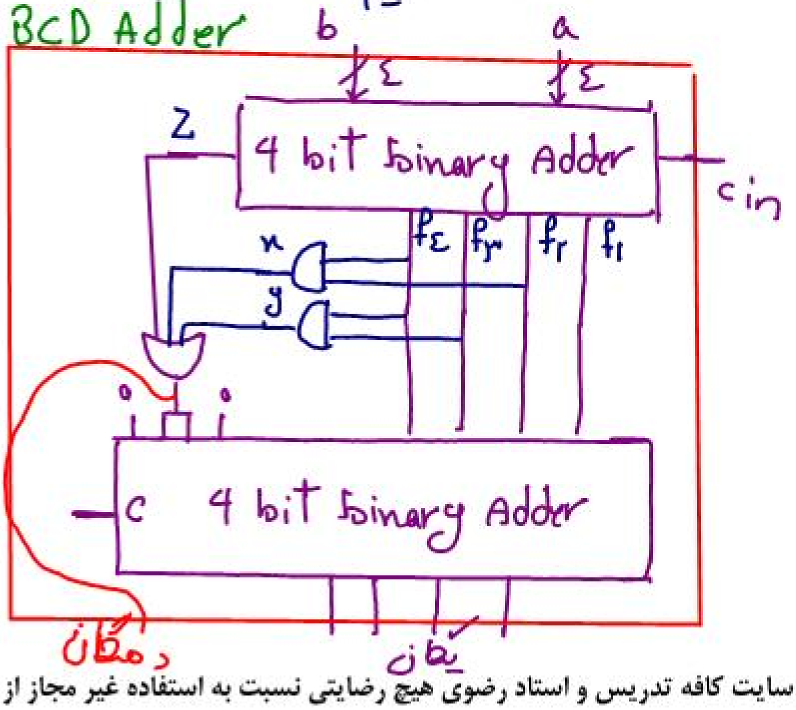
0110 + 0101 = 1011, + 0110 = 10001

۶ + ۲ = ۸ = 1000

0110 + 0010 = 1000 = ۸

* اگر می‌خواهیم این جمع کننده درست کار کند باید a و b را بصورت درست و مجاز به آن بدهیم یعنی a و b باید بین ۰ تا ۹ باشند





جمع کننده تک رقمی BCD

* x کی ۱ می‌شود؟ وقتی حاصل ۱۰ و ۱۱ و ۱۴ و ۱۵ باشند

y " " ? " " ۱۲ و ۱۳ و " " "

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

نکته) دمگان BCD Adder باید وقتی حاصل بین ۱۰ تا ۱۹ است ۱ بشود، درصورتی که c فقط وقتی که حاصل بین ۱۰ تا ۱۵ است ۱ می‌شود و وقتی حاصل بین ۱۶ و ۱۹ است ۱ عمل نمی‌کند پس نمی‌توانیم c را معادل دمگان بگیریم.

Z کی ۱ می‌شود؟ وقتی حاصل بین ۱۶ تا ۱۹ باشد

نکته) دمگان را می‌توانیم بصورت زیر نیز بسازیم

سوال) BCD Adder چند ورودی غیر مجاز دارد؟

راه ۱) ورودی های غیر مجاز = کل حالات ورودی - تعداد ورودی های مجاز

۸ ۸ ۸ ۸ = $512 - 10 \times 10 \times 2 = 312$

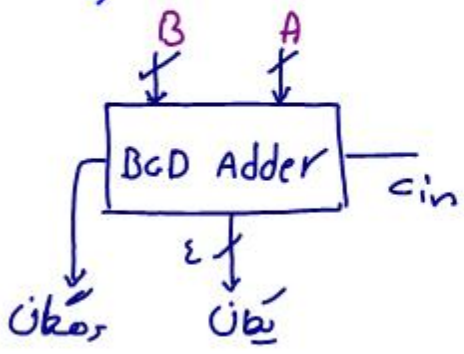
راه ۲) شمارش مستقیم: $(a$ و b غیر مجاز $+ b$ مجاز و a غیر مجاز $+ b$ غیر مجاز و a مجاز$) \times 2$ = ورودی غیر مجاز

$(10 \times 6 + 6 \times 10 + 6 \times 6) \times 2 = 312$

سوال) BCD Adder چند تا خروجی غیر مجاز دارد؟

راه ۱) خروجی های غیر مجاز = کل خروجی ها - خروجی های مجاز $= 12 - 20 = -8$

۲ ۸) ۸ ۸ ۸ = $6 \times 2 = 12$



$(A)_{10} + (B)_{10}$

$(A)_{10} - (B)_{10} = (A)_{10} + B$ ، ۹ تکمیل + ۱

۲ راه داشتیم، ۱) با ۶ جمع کن و سپس not کن

۲) not کن و با ۱۰ جمع کن

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

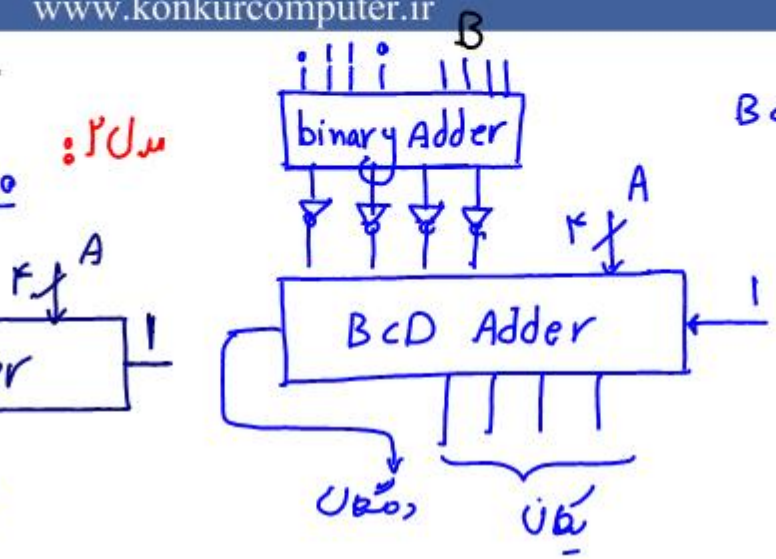
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

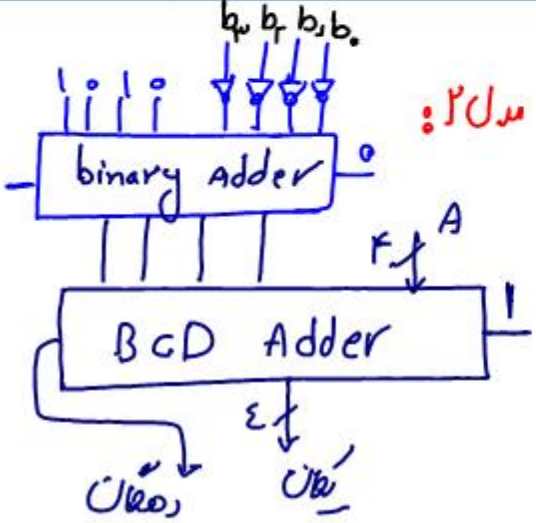
رامین رضوی

- تفریق کننده یک رقمی BCD

مدل ۱:



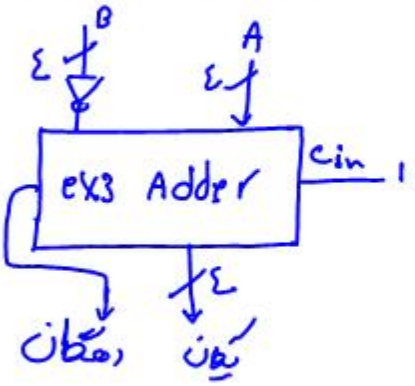
مدل ۲:



- تفریق کننده یک رقمی ex3 :

$(A)_{10}-(B)_{10}=(A)_{10}+B$ مکمل ۹ + ۱

(نکته) که ex3 خود مکمل است، پس با مکمل گرفتن آن، مکمل ۹ اش حاصل می‌شود.



جمع ex3

در جمع ex3 اگر ۲ رقم ex3 را با هم جمع کنیم و کری نداشته باشیم، برای تعیین حاصل درست ex3 باید ۳ تا از حاصل کم کنیم و اگر کری داشته باشیم باید ۳ تا بیش اضافه کنیم

$(0110)_{ex3}$ (۳) + $(1000)_{ex3}$ (۵) = $(1110)_{ex3}$ → -0011 → $(1011)_{ex3}$

$(1001)_{ex3}$ (۶) + $(1000)_{ex3}$ (۵) = $1\,0001$ → $+0011$ → $1\,(0100)_{ex3}$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

جبر بول

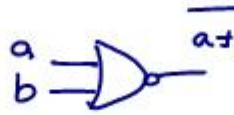
- تابع بولی، تابعی است که از هیچ یا تعدادی متغیر بولی تشکیل شده است

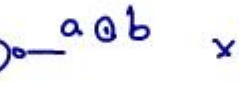
مثال) تعدادی از توابع بولی متشکل از a و b را بنویسید و مشخص کنید که با دو متغیر a و b چه تعداد تابع بولی متمایز می‌توان داشت؟

$f_1(a,b) = \bar{a}$

$f_2(a,b) = ab$

$f_3(a,b) = \bar{a}b$

$f_4(a,b) = \overline{a+b} = \bar{a}.\bar{b}$  NOR

$f_5(a,b) = a \odot b =$  xnor

$f_6(a,b) = \overline{ab} = \bar{a}+\bar{b} \Rightarrow$ NAND

a	b	$\bar{a}$	ab	a+b		
0	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	1	1	0	1

تعداد سطرها

* تعداد توابع بولی : $2^{\text{تعداد متغیرها}}$ = تعداد سطرها

2^{2^n} اگر n تعداد متغیرها باشد داریم:

نکته) یکی از طراحان می‌گوید که یکی از ترکیبات که تمام 0 است و یکی دیگر که تمام 1 است این دو در واقع تابع نیستند، پس از تعداد ایشون فرمول ما می‌شود $2^{2^n} - 2$

مثال) باید تا متغیر چند تابع بولی می‌توان نوشت که حداقل در 6 سطر جدول درستی‌اش 1 داشته باشد:

$\binom{8}{6} + \binom{8}{7} + \binom{8}{8}$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

دوگان (Dual): دو تابع بولی اگر AND را به OR و بالعکس و همین‌طور ۰ را به ۱ و بالعکس تبدیل کنیم دوگان تابع بدست می‌آید، دوگان را با علائم f^* یا f^d یا — نمایش می‌دهند

مثال) دوگان توابع زیر را بدست آورید؟

$f(a,b) = a+\bar{b} \longrightarrow f^d(a,b) = a\cdot\bar{b}$

$f(a,b,c) = \bar{a}b + a\cdot 1 + a\bar{c} \Rightarrow f^d(a,b,c) = (\bar{a}+b)(a+0)(a+\bar{c})$

نکته) کلا دوگان یک تابع ربطی به خود تابع ندارد.

مثال) با متغیرهای a و b تابعی مثال بزنید که با دوگان اش مساوی باشد

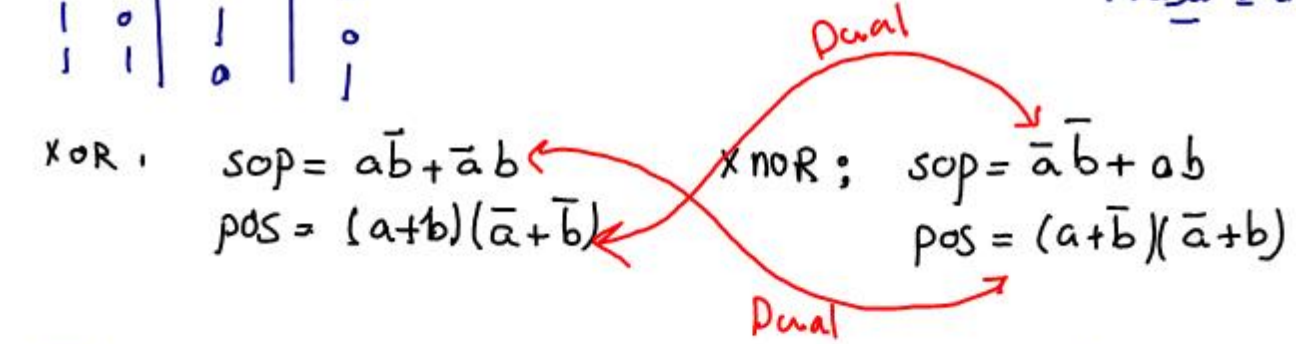
$f = a+ab = a \qquad f^d = a\cdot(a+b) = a+ab = a$

مثال) تابعی مثال بزنید که دوگان اش با not اش برابر باشد؟

$f = a\oplus b = a\bar{b}+\bar{a}b \rightarrow f^d = (a+\bar{b})(\bar{a}+b) = a\odot b$

a	b	a⊕b	a⊙b
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

XNOR تابعی است زوج، یعنی وقتی تعداد 1های ورودی زوج باشد به ما 1 میدهد.



$\overline{ab} \xleftrightarrow{\text{Dual}} \overline{a+b}$

NAND NOR

نکته) NAND و NOR دوگان هم‌اند:

اصل Duality = اگر ۲ تابع با هم مساوی باشند آن‌گاه دوگان‌های آن‌ها هم با هم مساوی هستند.

$a+1 = 1 \Rightarrow a\cdot 0 = 0$

$a\cdot 1 = a \Rightarrow a+0 = a$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

خواص جبر بول :

خود خاصیت	Dual	
$a+0=a$	$a\cdot 1=a$	۱ـ عضو همانی یا عضو خنثی یا identity
$a+1=1$	$a\cdot 0=0$	۲ـ عضو غلبه یا عضو صفر یا Domination
$a+a+\dots+a=a$	$a\cdot a\cdot \dots\cdot a=a$	۳ـ خودتوانی Idempotency
$a+\bar{a}=1$	$a\cdot\bar{a}=0$	۴ـ عضو مکمل Negation
$a+b=b+a$	$a\cdot b=b\cdot a$	۵ـ جابجایی یا تعویض پذیری یا commutative
$a+(b+c)=(a+b)+c$	$a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c$	۶ـ شرکت پذیری یا انجمنی
$a\cdot(b+c)=ab+ac$	$a+bc=(a+b)(a+c)$	۷ـ توزیع پذیری یا پخشی یا distributive
$a+ab=a$	$a\cdot(a+b)=a+ab=a$	۸ـ جذب absorption
$a+\bar{a}b=a+b$	$a\cdot(\bar{a}+b)=0+ab=ab$	۹ـ شبه جذب

↳ اثبات : $(a+\bar{a})(a+b)=a+b$

$\bar{a}+\bar{b}ac=\bar{a}+\bar{b}c$

$ab+\bar{a}c\bar{b}\bar{d}=$

$ab+\overline{ab}\,c\bar{d}=ab+c\bar{d}$

$\overline{(a+b)}=\bar{a}\cdot\bar{b}$	$\overline{a\cdot b}=\bar{a}+\bar{b}$

۱۰ـ دمورگان

نکته) یک روش اثبات تمامی این خواص استفاده از جدول درستی است.

a	b	a+b	$\overline{a+b}$	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$\bar{a}\cdot\bar{b}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
MSc-PhD Computer-IT
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

قانون اجماع (consensus) :

1) $ab + \bar{a}c + bc = ab + \bar{a}c$

2) $(a+b)(\bar{a}+c)(b+c) = (a+b)(\bar{a}+c)$

انواع نحوه نمایش یک تابع

1 ـ جدول درستی (صحت)

2 ـ جمع حاصلضرب ها : در جدول درستی به 1 ها نگاه می کنیم و 1 ها را دوست داریم

3 ـ ضرب حاصلجمع ها : " " " " " " " " 0 " " " "

4 ـ مجموع مینترم ها

5 ـ ضرب ماکسترم ها

a	b	f
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	+H

$f_{(sop)} = \bar{a}b + ab = \text{--- = ---- = }$

$f_{(pos)} = (a+b)(\bar{a}+b)$

$f = \bar{a}b + Hab$

(sum of products) sop

نکته) برای تابعی مثل f بی شمار فرم sop می توان نوشت که البته همگی آنها با هم مساوی هستند

تعریف مینترم (minterm) : جمله ای است به صورت ضرب که در آن همه متغیرها یا not شان دقیقاً یکبار ظاهر شده باشند

ـ حاصلضربی است از تمامی ورودیها که تنها زمانیکه عدد ورودی برابر اندیس مینترم بشود این حاصلضرب برابر 1 می شود.

a	b	c	m5	m2
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	1	0	0

$m_0 = \bar{a}\bar{b}\bar{c}$

$m_1 = \bar{a}\bar{b}c$

$m_2 = \bar{a}b\bar{c}$

$m_3 = \bar{a}bc$

$m_4 = a\bar{b}\bar{c}$

$m_5 = a\bar{b}c$

$m_6 = ab\bar{c}$

$m_7 = abc$

* نکته) در یک لحظه از زمان فقط یکی از minterm ها برابر 1 است و بقیه برابر 0 هستند

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

نکته) با n متغیر، 2^n مینترم وجود دارد

نکته) یک ها درون ستون یک تابع در جدول درستی مینترم ها هستند و 0 ها ماکسترم ها هستند

a	b	f
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$f = m_0 + m_3 = \sum m(0,3) =$

$f = M_1 \cdot M_2 = \Pi(M(1,2))$

تعریف ماکسترم (maxterm)

حاصل جمعی است از تمامی ورودی‌ها که فقط زمانیکه عدد ورودی برابر اندیس آن شود برابر 0 می‌شود

$M_0 = a+b+c = 1$

$M_1 = a+b+\bar{c} = 1$

$M_2 = a+\bar{b}+c = 1$

$M_3 = a+\bar{b}+\bar{c} = 0$ ← ورودی = 3

$M_4 = \bar{a}+b+c = 1$

$M_5 = \bar{a}+b+\bar{c} = 1$

$M_6 = \bar{a}+\bar{b}+c = 1$

$M_7 = \bar{a}+\bar{b}+\bar{c} = 1$

* نکته: در هر لحظه از زمان (به ازای یک ورودی خاص) فقط یکی از ماکسترم ها 0 و بقیه همگی 1 هستند

a	b	m_0	m_3	$f = m_0 + m_3$	M_1	M_2	$f = M_1 \cdot M_2$
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1	1

مثال) با 4 متغیر a و b و c و d عبارات زیر را ساده کنید:

1) $m_4 \cdot m_{10} = 0$

2) $M_7 + M_{12} = 1$

3) $(M_2 + M_7 + M_{14})(m_3 + m_5 + m_7) = \cancel{M_2 m_3} + \cancel{M_7 m_5} + \cancel{M_2 m_7} + \cdots + \overbrace{m_7 \cdot m_7}^{m_7} + \cdots$

4) $M_2 M_7 M_9 + M_3 M_8 M_9$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

$M_2M_7M_9 + M_3M_8M_9 = M_9(M_2M_7 + M_3M_8) = M_9$

ورودی $= 9 \Rightarrow M_9 = 0 \Rightarrow$ خاصل $= 0$

$n \neq 9 \Rightarrow M_9 = 1 \Rightarrow n$ ۱

a) $M_2M_4M_6 + M_6M_2M_5 = M_2M_6(M_4 + M_5) = M_2M_6$

سوال) ساده شده عبارت زیر را بدست آورید:

$\underbrace{M_3M_4M_7}_{f_1} \odot \underbrace{M_4M_5M_7}_{f_2} = g$

a	b	c	f_1	f_2	$f_1 \odot f_2$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

$g = \sum m(0,1,2,4,6,7) = \prod M(3,5)$

$g = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + ab\bar{c} + abc$

نکات

۱- برای یک تابع می‌توانند بیشمار فرم sop یا pos وجود داشته باشد ولی فقط یک فرم جمع مینترم و یک فرم ضرب ماکسترم وجود دارد

۲- ضرب ۲ مینترم مخالف هم برابر صفر است: $m_i \cdot m_j = 0 \;;\; if\ i \neq j$

۳- جمع ۲ ماکسترم ″ ″ ″ ۱ ″ : $M_i + M_j = 1 \;;\; if\ i \neq j$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

۴ـ ضرب ۲ مینترم مساوی برابر یکی از آنهاست : $m_i \cdot m_j = m_i$

جمع

۵ـ جمع دو ماکسترم مساوی برابر یکی از آنهاست ، $M_i + M_i = M_i$

۶ـ ضرب یک مینترم در ماکسترم غیر هم شماره اش برابر مینترم است $m_i \cdot M_j = m_i$

مثال : $m_2 \cdot M_4 = \bar{a}b\bar{c} \cdot (\bar{a}+\bar{b}+c) = \bar{a}b\bar{c} + 0 + 0 = \bar{a}b\bar{c}$

۷ـ جمع یک مینترم با ماکسترم غیرهم شماره اش برابر ماکسترم است $m_i + M_j = M_j$

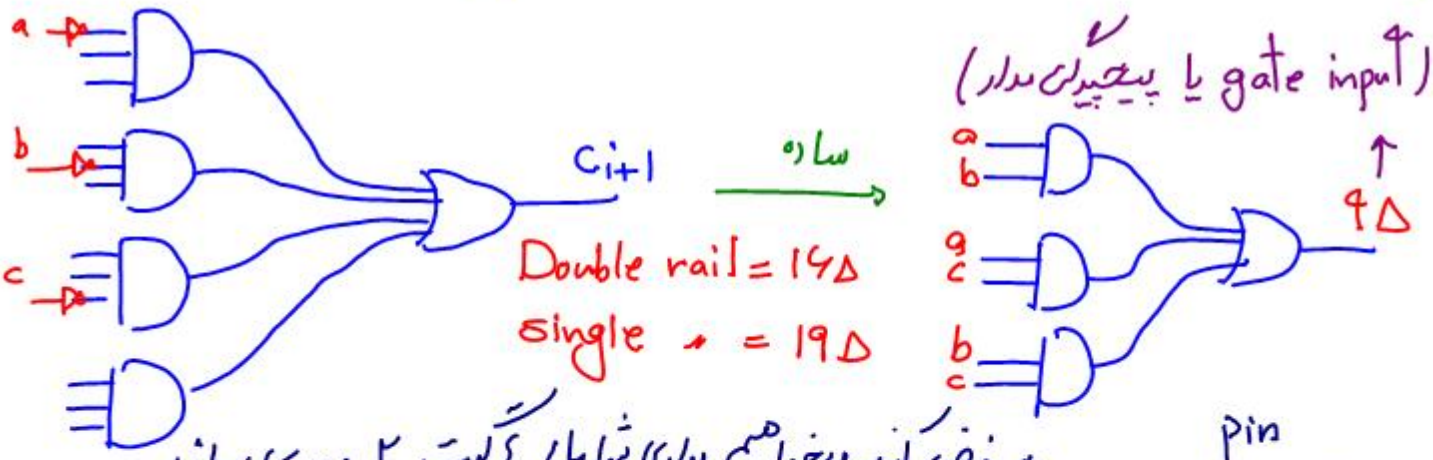
۸ـ ضرب یک " " هم " " " $m_i \cdot M_i = 0$

۹ـ جمع " " " " " 1 " " " " $m_i + M_i = 1$

نکته) مینترم و ماکسترم هم شماره n ام هم هستند $m_i = \overline{M_i}$ ، $M_i = \overline{m_i}$

تابع کری FA :

$$c_{i+1} = \bar{a}bc + a\bar{b}c + ab\bar{c} + abc$$

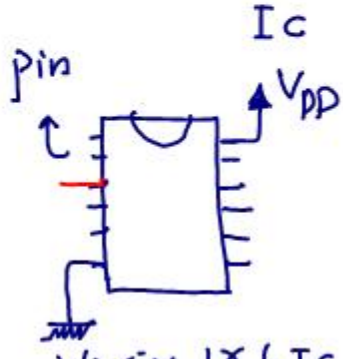


* فرض کنید می خواهیم مداری شامل ۴ گیت ۲ ورودی بسازیم

هرگیت ۲ ورودی ۳ پین مصرف میکند ، ۱۲ پین مصرف می شود

* فرض کنید می خواهیم مداری شامل دو گیت ۶ ورودی بسازیم

۱۶ پین نیاز است ، ۲ تا Ic میخواهیم



Ic ۱۶ یا ۱۸ پین دارد

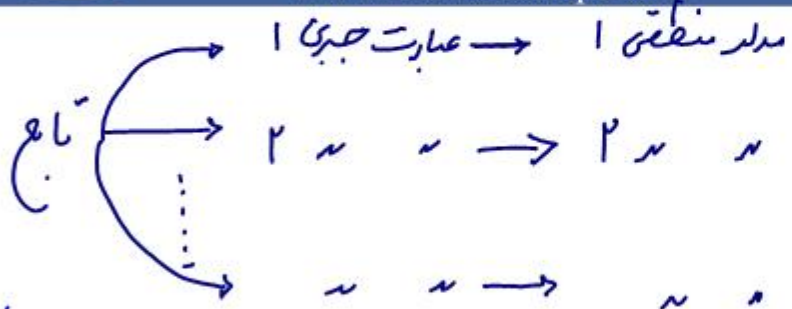
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

نکته) هر عبارت جبری فقط ۱ مدار منطقی دارد



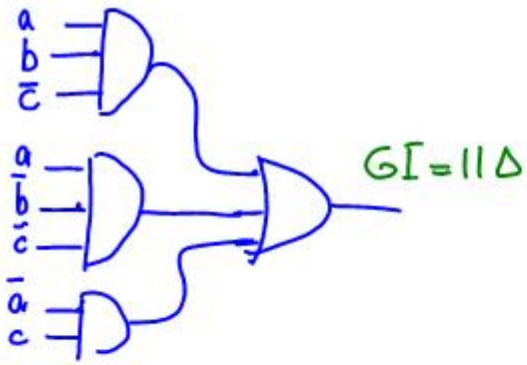
نکته) همه عبارات جبری با کمک یک تابع را نشان میدهند و همین طور همه این مدارات منطقی دارند یک تابع را پیاده سازی می کنند ولی هر کدام از این مدارات منطقی از نظر تاخیر (سرعت یا تاخیر به تعداد طبقات یا عمق مدار وابسته است)

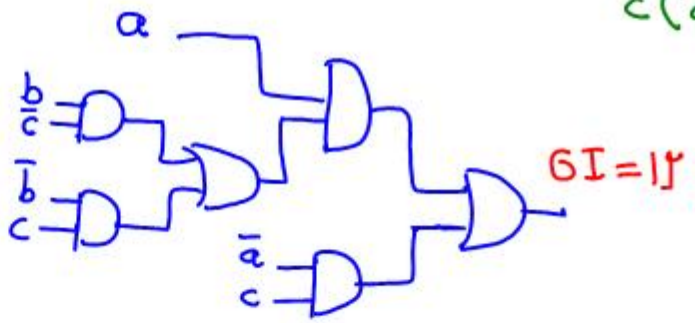
نکته) برای سریعتر و ساده تر کردن توابع روی عبارات جبری آنها باید کار کنیم

نکته) روش فاکتور گیری معمولا باعث کاهش GI (پیچیدگی مدار) و باعث افزایش تاخیر مدار (افزایش تعداد طبقات مدار) می شود.

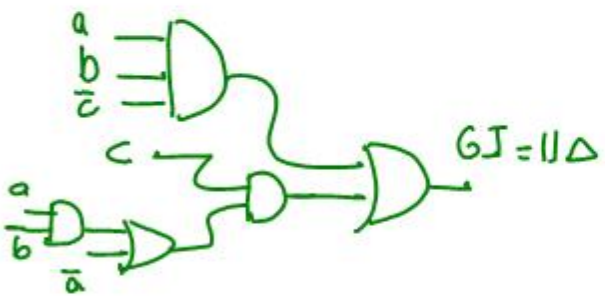
$$f = ab\bar{c} + a\bar{b}c + \bar{a}c = a(b\bar{c} + \bar{b}c) + \bar{a}c = ab\bar{c} + c(a\bar{b} + \bar{a})$$

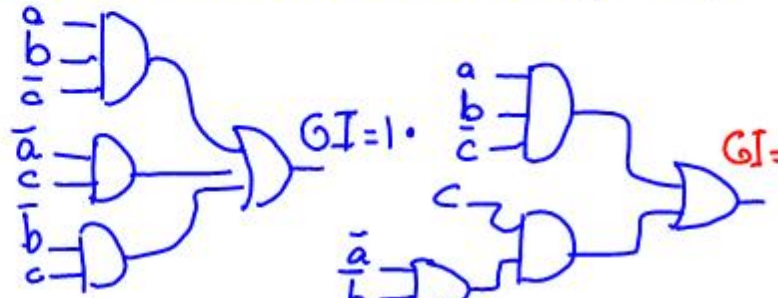
$$c(\bar{a} + \bar{b}) = \bar{a}c + \bar{b}c$$





$$f = ab\bar{c} + \bar{a}c + \bar{b}c = ab\bar{c} + c(\bar{a} + \bar{b})$$





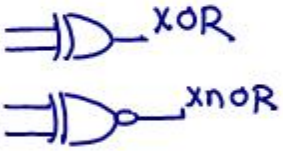
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

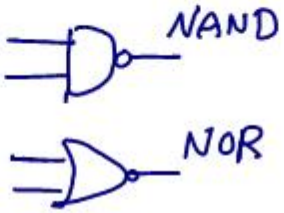
مدار منطقی

رامین رضوی

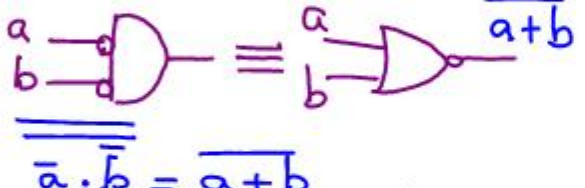
گیت: شکلی است قراردادی که به برخی از توابع نسبت داده اند



A	B	AND	NAND	NOR
0	0	0	1	1
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	1	0	0



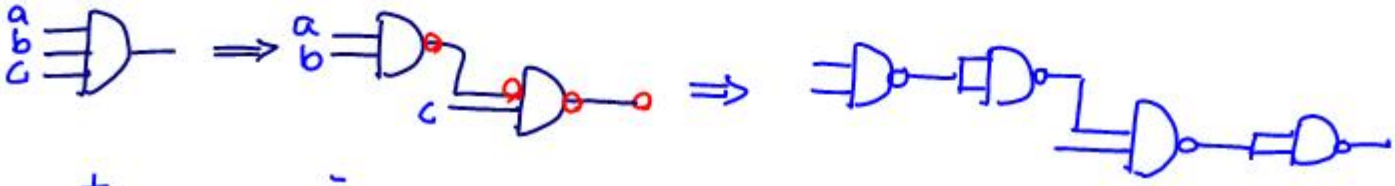
نکته: در AND ، OR ، not ها ورودی می‌توانند به خروجی متصل شوند، با این کار شکل گیت عوض می‌شود یعنی AND به OR و OR به AND تبدیل می‌شود و بالعکس



$\overline{a}.\overline{b} = \overline{a+b}$

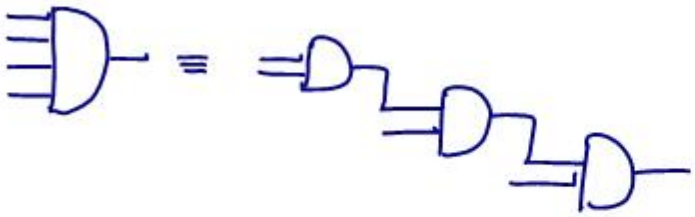
$\overline{a}+\overline{b}$

سوال: با چند NAND دو ورودی می‌توان AND سه ورودی ساخت؟



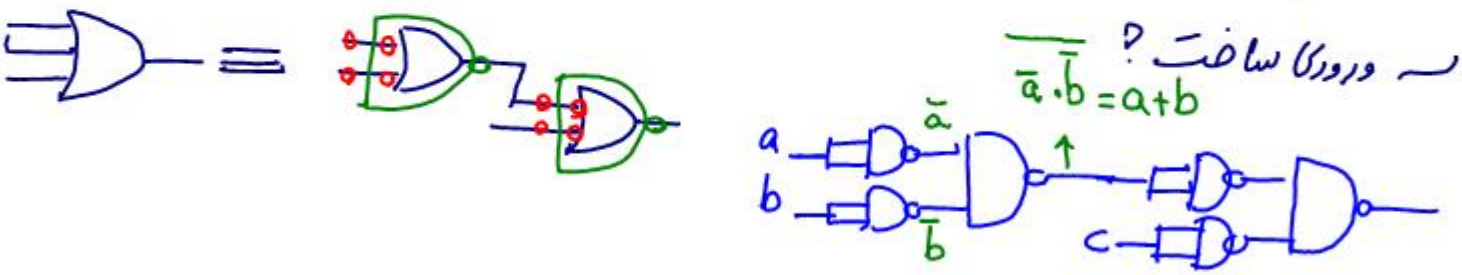
NOT: $a \rightarrow \bar{a}$: $a \rightarrow \bar{a}$

سوال: با چندتا NAND دو ورودی می‌توان AND چهار ورودی ساخت؟ 6تا



سوال: با چند NAND دو ورودی می‌توان OR سه ورودی ساخت؟

$\overline{\overline{a}.\overline{b}} = a+b$



سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

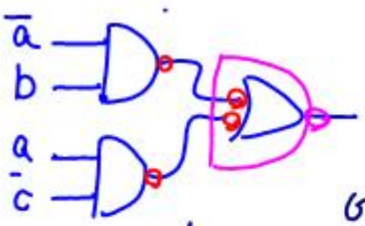
رامین رضوی

سوال) تابع $f(a,b,c)=\sum m(2,3,4,6)$ را فقط با NAND بسازید ؟

$f = \underbrace{\bar{a}b\bar{c}+\bar{a}bc}_{\bar{a}b(\bar{c}+c)=\bar{a}b} + \underbrace{a\bar{b}\bar{c}+ab\bar{c}}_{a\bar{c}(\bar{b}+b)=a\bar{c}}$

$\Rightarrow f = \bar{a}b + a\bar{c}$

۱ـ تابع را بصورت sop ساده کنیم
۲ـ شکل تابع را بصورت AND-OR می کشیم
۳ـ گیت دوبل بزار، بازی بازی کن



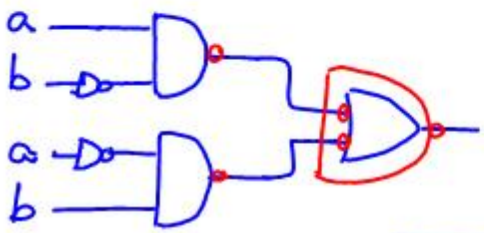
single rail = ۵ NAND

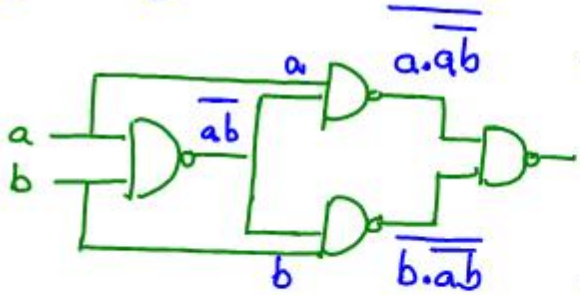
Double " = ۳ "

سوال) تابع XOR را اگر بخواهیم بصورت تمام NAND پیاده سازی کنیم، min چند تا گیت NAND استفاده می شود ؟ (single rail فرض کنید)

$XOR(sop) = a\bar{b}+\bar{a}b$

۱ـ ۳
۲ـ ۴ ✓
۳ـ ۵
۴ـ ۶



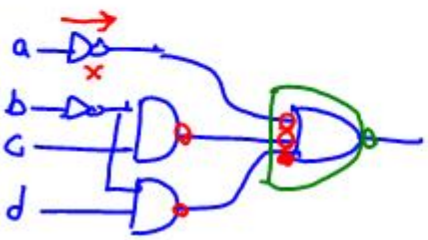


$\overline{a.\overline{ab}}\cdot\overline{b.\overline{ab}} = a.\overline{ab}+b.\overline{ab}$

$= a.(\bar{a}+\bar{b})+b.(\bar{a}+\bar{b}) = a\bar{b}+b\bar{a}$

سوال) تابع زیر را بصورت تمام NAND پیاده سازی کنید و بگویید چند NAND مورد نیاز است ؟ (single rail)

$f = \bar{a}+\bar{b}c+\bar{b}d$



4NAND

سوال) مدار را با NAND دو ورودی پیاده سازی کنید :

6NAND

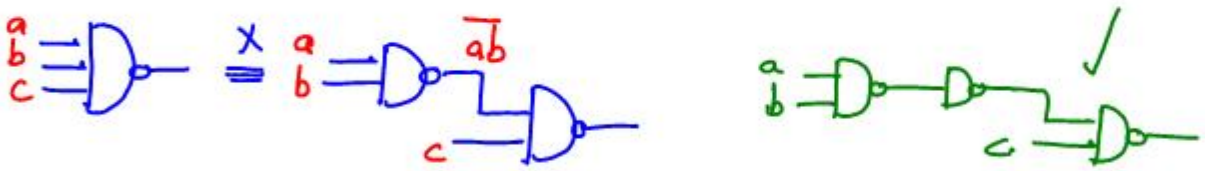
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

توجه) یک NAND سه ورودی معادل دو تا NAND دو ورودی نیست



تمام NOR کردن یک مدار

۱- pos ساده کن

۲- شکل را بصورت OR-AND بکش

۳- گیری بزار، بازی بازی کن

خواص XOR و XNOR

مثال) عبارت‌های زیر را ساده کنید

۱) $a \oplus 0 = a$ ($0\oplus 0=0$, $1\oplus 0=1$) ۲) $a \oplus 1 = \bar{a}$ ($0\oplus 1=1$, $1\oplus 1=0$) ۳) $a \oplus a = 0$ ($0\oplus 0=0$, $1\oplus 1=0$) ۴) $a \oplus \bar{a} = 1$ ($0\oplus 1=1$, $1\oplus 0=1$)

۱- $a\oplus 0$

۲- $a\oplus 1$

۳- $a\oplus a$

۴- $a\oplus \bar{a}$

۵) تعریف XOR: $u\oplus v = u\bar{v} + \bar{u}v \Rightarrow a\bar{ab} + \bar{a}ab = a(\bar{a}+\bar{b}) = a\bar{b}$

۵- $a\oplus ab$

۶- $a\oplus(a+b)$

۷- $a\oplus \bar{a}b$

۸- $\bar{a}b \oplus a\bar{b}$

نکته) AND روی XOR توزیع پذیر است ولی

$a + ab = a(1+b) = a$

$a \oplus ab = a(1\oplus b) = a\bar{b}$

روی XNOR توزیع پذیر نیست

$X\ a\oplus ab = (a\oplus a)\cdot(a\oplus b) = 0$ (چون $a\oplus a = 0$)

توجه) XOR روی هیچ عملی توزیع پذیر نیست

۶) ۱۰٪: $a\oplus(a+b) = (a\oplus a)+(a\oplus b)$ X

۲۰٪: $a\oplus(a+b) = a\overline{(a+b)} + \bar{a}(a+b) = a\bar{a}\bar{b} + a\bar{a} + \bar{a}b = \bar{a}b$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

نکته)

a	b	a+b	a⊕b
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	0

$\Rightarrow a \cdot b = 0 \leftrightarrow a \oplus b = a + b$

$a \cdot V = 0 \leftrightarrow a \oplus V = a + V$

نکته) هرگاه دیدید ضرب دو سمت XOR برابر صفر می‌شود، می‌توانید XOR را برداشته و به جایش OR بگذارید

۷) $a \oplus \bar{a}b = a + \bar{a}b = a + b$

۸) $\bar{a}b \oplus a\bar{b} = \bar{a}! + a\bar{b} = a \oplus b$

سوال - آیا AND حذف پذیر است؟

اگر بتوانی این نتیجه را بگیری می‌گیم AND یعنی آیا $a \cdot b = a \cdot c \stackrel{?}{\Rightarrow} b = c$

حذف پذیر است

0 1 0 0

خیر - چون اگر $a = 0$ باشد b و c هرچه که باشد این تساوی برقرار است.

سوال - آیا OR حذف پذیر است؟

$\text{if } a + b = a + c \stackrel{?}{\Rightarrow} b = c$

خیر - چون اگر $a = 1$ باشد، b و c اگر متفاوت هم باشند باز تساوی برقرار است.

نکته) اگر $a \cdot b = a \cdot c$ و $a + b = a + c$ باشد آن‌گاه $b = c$ خواهد بود

سوال - آیا XOR حذف پذیر است؟

$a \oplus b = a \oplus c \Rightarrow b = c$ ✓

$\underbrace{a \oplus a}_{0} \oplus b = \underbrace{a \oplus a}_{0} \oplus c$

$b \qquad c$

نتیجه: XOR و XNOR حذف پذیرند

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

نکته)

$$a = b \oplus c \equiv b = a \oplus c \equiv c = a \oplus b$$

طرفین را با c، XOR می‌کنیم

نکته)

$$\text{if } a = b \oplus c \text{ then } a \oplus b \oplus c = 0$$

طرفین را با a، XOR می‌کنیم

سوال) x را به ساده‌ترین شکل بدست آورید؟

$$(a+b) \oplus x = (\bar{a}+b+c) \oplus (b+ac)$$

طرفین این عبارت را با a+b، XOR می‌کنیم

$$x = (a+b) \oplus (\bar{a}+b+c) \oplus (b+ac)$$

$$x = \bar{a}\bar{b} \oplus a\bar{b}\bar{c} \oplus (b+ac) = \bar{a}\bar{b} + a\bar{b}\bar{c} \oplus (b+ac) = \bar{b}(\bar{a}+\bar{c}) \oplus (b+ac)$$

ضرب نگون و not است — $\bar{b}(\bar{a}+a\bar{c})$ — $\bar{a}+\bar{c}$ — not هم هستند

$$\Rightarrow x = 1$$

نکته)

XOR کی یک میده؟ وقتی که تعداد یک‌ها فرد باشد

* اگر با تعداد زوجی متغیر را not کنیم، زوجیت یا فردیت تعداد ۰ها و ۱ها عوض نمی‌شود

$$a \oplus b \oplus c \oplus d \oplus e = \bar{a} \oplus b \oplus c \oplus d \oplus \bar{e} = \dots = \bar{a} \oplus b \oplus \bar{c} \oplus \bar{d} \oplus \bar{e}$$

0 1 0 0 1 = 0 ⇒ تعداد ۱ها زوج و ۰ها فرد

1 1 1 0 1 = 0 ⇒ " " " " " "

0 0 0 0 0 = 0 ⇒ " " " " " "

0 1 1 0 0 = 0 ⇒ " " " " " "

---

1 0 1 1 0 = 1

0 0 0 1 0 = 1

* اگر با تعداد فردی متغیر را not کنیم، زوجیت یا فردیت تعداد ۰ها و ۱ها عوض می‌شود

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

و در نتیجه حاصل XOR و XNOR ، not می‌شود

$$a\oplus\bar{b}\oplus c\oplus d\oplus e = a\oplus b\oplus c\oplus\bar{d}\oplus e = \cdots = \overline{a\oplus b\oplus c\oplus d\oplus e}$$

$$\overline{a\oplus b} = \bar{a}\oplus b = a\oplus\bar{b} = a\odot b$$

نکته)

a	b	$\overline{a\oplus b}$	$a\odot b$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

کامل بودن توابع یا یک گیت: (complete set of logic operators)

مجموعه کامل از اعمال منطقی

با سه گیت AND, OR, not هر تابعی را می‌توان پیاده سازی کنیم، برای همین مجموعه گیت های {AND, OR, not} را کامل می‌گویند و هر تابعی اگر قرار باشد کامل باشد باید این سه تابع یا به را تولید کند

نکته) برای اینکه نشان دهیم یک مجموعه از گیت ها کامل است، کافی است بتوانیم با آن گیت ها به یک منطق کامل برسیم.

نکته) اگر فقط با استفاده از متغیرها بتوانیم توابع پایه را تولید کنیم، آن مجموعه گیت را (تابع را) کامل گویند

نکته) اگر علاوه بر متغیرها از 0 و 1 نیز استفاده کنیم برای ساخت توابع پایه به آن مجموعه گیت کامل ضعیف می‌گویند

توجه) در صورتی که سوال به این ۲ مورد حساس نبود، ما هر ۲ را کامل می‌گیریم

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

نکته) {NAND} ، {NOR} ، {AND, not} ، {OR, not} کامل توری اند

اثبات کامل بودن NAND

Not: $a \to \bar{a}$ | AND: $a, b \to \overline{ab} \to ab$ | OR: $a, b \to a+b$

$\overline{a+b} = \bar{a}.\bar{b}$

نکته) با گیت XOR تنها و با داشتن ۰ و ۱ نمی‌توانیم نه گیت AND و نه گیت OR را بسازیم

" " " XNOR "

نتیجه) XOR و XNOR به تنهایی کامل نیستند

نکته) با XOR ، XNOR (و با داشتن ۰ و ۱) می‌توان براحتی not را ساخت

نکته) مجموعه گیت‌های زیر همگی کامل اند

{XOR, AND} ، {XOR, OR}

{XNOR, AND} ، {XNOR, OR}

نکته) مجموعه {AND, OR} کامل نیست، چون نمی‌توانیم با این دو not را بسازیم

تست کنکوری ۹۱ : کدامیک از توابع زیر می‌تواند بعنوان منطق کامل در نظر گرفته شود؟

۱- $f(a,b) = a \oplus \bar{b}$ ۲- $f(a,b) = a \oplus b$ ۳- $f(a,b) = ab + \bar{a}c$ ۴- $f(a,b,c) = ab + ac$

گزینه ۱: معادل XNOR است و XNOR کامل نیست

" ۲ " " XOR " " " "

" ۴ : not را نمی‌توانیم تولید کنیم

نکته) HA کامل است

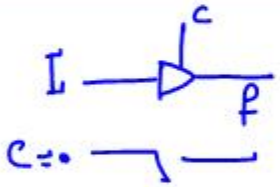
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

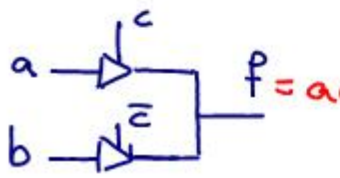
بافر سه حالته

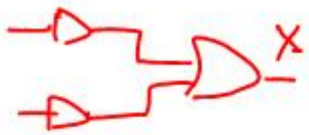


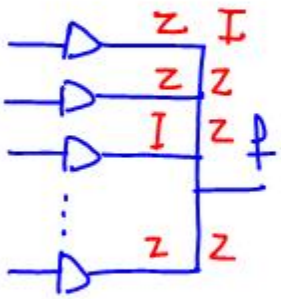
c	f
0	Z
1	I

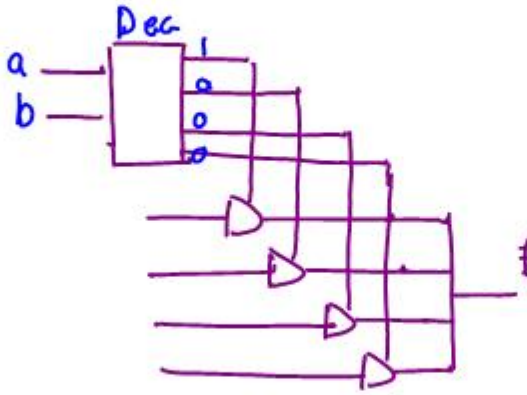
$f = cI$ ✗

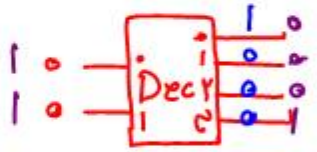
نکته) اتصال خروجی های بافرهای سه حالته اگر در هر لحظه از زمان فقط یکی از آن خروجی ها مقدار داشته باشد و بقیه شان Z باشد معادل OR عمل می کند.



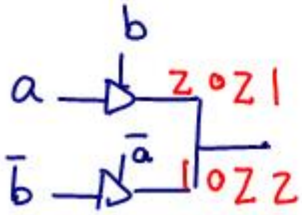






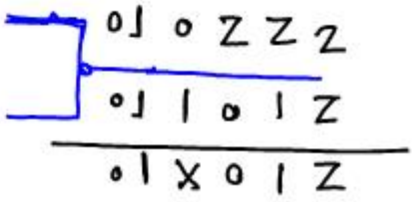


: Dec



a	b	f
0	0	1
0	1	0
→ 1	0	Z
1	1	1

نکته)



* برای تابعی که در خروجی اش Z می آید نمی توانیم تابع بنویسیم.

اگر بگویند ورودی $ab = 10$ ممنوعه است، منظور به این معنا که این ورودی به مدار اعمال نمی شود، در این حالت به جای Z، 0 بگذارید

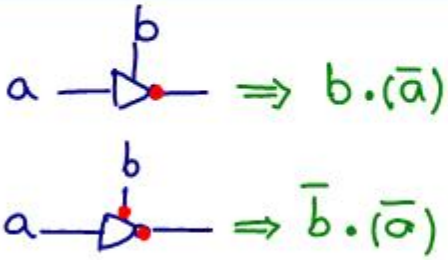
نکته) هر گیتی را می توان سه حالته کرد:

اگر $d=0$ خروجی Hi-z است و اگر $d=1$ باشد مدار کار عادی خودش را انجام میدهد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.

@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir



نکته) not روی خروجی گیت ها در حالت برای (مختص) ورودی است و ربطی به پایه کنترل ندارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

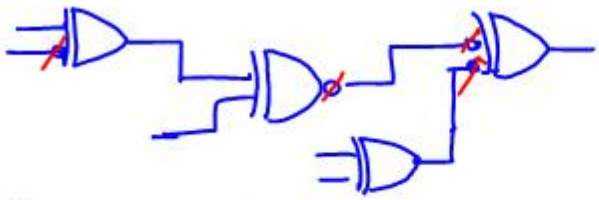
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

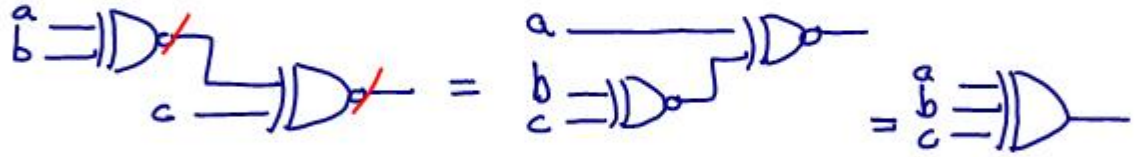
رامین رضوی

$a \oplus b \oplus c \oplus d \oplus e = a \oplus \bar{b} \oplus c \oplus d \oplus \bar{e} = \bar{a} \oplus b \oplus \bar{c} \oplus \bar{d} \oplus \bar{e} = \cdots$

نکته) در مداری که تمام گیت های آن XOR یا XNOR است، می توانیم تعداد not ها را بشماریم و اگر تعداد زوجی not وجود داشته باشد همه not ها را حذف می کنیم و اگر تعداد فردی not وجود داشته باشد می توانید همه not ها را پاک کنید و فقط یک not در مدار بگذارید



مثال



$(a \odot b) \odot c = a \oplus b \oplus c$

نکته) XOR شرکت پذیر است:

$(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c) = a \oplus b \oplus c$

اما در مورد XNOR داریم:

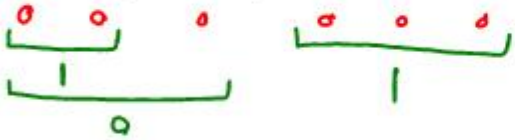
$(a \odot b) \odot c = a \odot (b \odot c) = a \oplus b \oplus c$

$a \odot b \odot c \Rightarrow$

$a \odot b \odot c = \overline{a \oplus b \oplus c}$

نکته) $\overline{(a \oplus b)} = \bar{a} \oplus b = a \oplus \bar{b} = a \odot b$

مثال: $(a \odot b) \odot c \neq a \odot b \odot c$



$\underbrace{\overline{(a \oplus b)}}_{x} \odot \underbrace{c}_{y} = \overline{(a \oplus b) \oplus c} = (a \oplus b) \oplus c = a \oplus b \oplus c$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

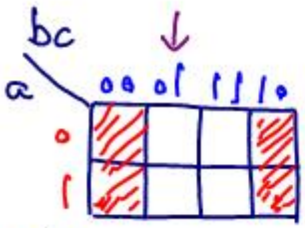
مدار منطقی

رامین رضوی

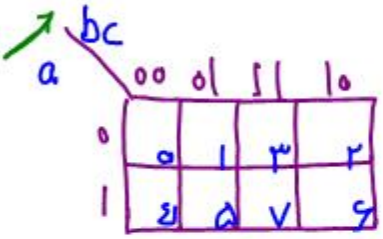
جدول کارنو : از این جدول برای ساده کردن عبارت‌های بولی استفاده می‌شود ، خروجی جدول کارنو لزوماً ساده‌ترین مدار ممکن نیست و در واقع ساده‌ترین سریعترین مدار را به ما میدهد زیرا خروجی جدول کارنو یک مدار دو سطحی است.

نکته) خانه‌های مجاور جدول کارنو فقط در یک بیت با هم اختلاف دارند '

توجه) البته مجاورت ها در جداول مختلف کارنو باید تعریف بشود



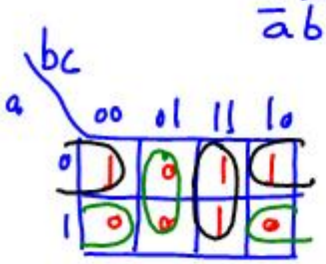
- داخل خانه‌های جدول کارنو شماره مینترم ها یا ماکسترم ها نوشته می‌شود ، به ازای مینترم ها در جدول کارنو 1 می‌گذاریم و به ازای ماکسترم ها 0 قرار می‌دهیم .



$$f(a,b,c) = \sum m(0,2,3,7) = \prod M(1,4,5,6)$$

$$\bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}bc + abc \longrightarrow \text{خواص جبر بول}$$

a b c	f
0 0 0	1
0 0 1	0



- خانه‌های جدول کارنو را می‌توانیم بصورت سطری یا ستونی دسته بندی کنیم و تعداد خانه‌های هر دسته باید توان از دو باشد و برای هر دسته می‌توان یک جمله بولی نوشت

$$f = \bar{a}\bar{c} + bc \quad (SOP)$$

$$f_{(POS)} = (b+\bar{c})(\bar{a}+c)$$

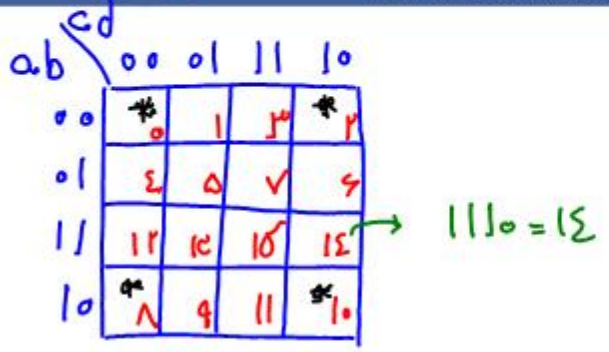
* در ساده سازی ۲ اصل داریم : ۱- دسته‌ها بیان بزرگترین باشند
۲- کمترین تعداد دسته را بگیریم

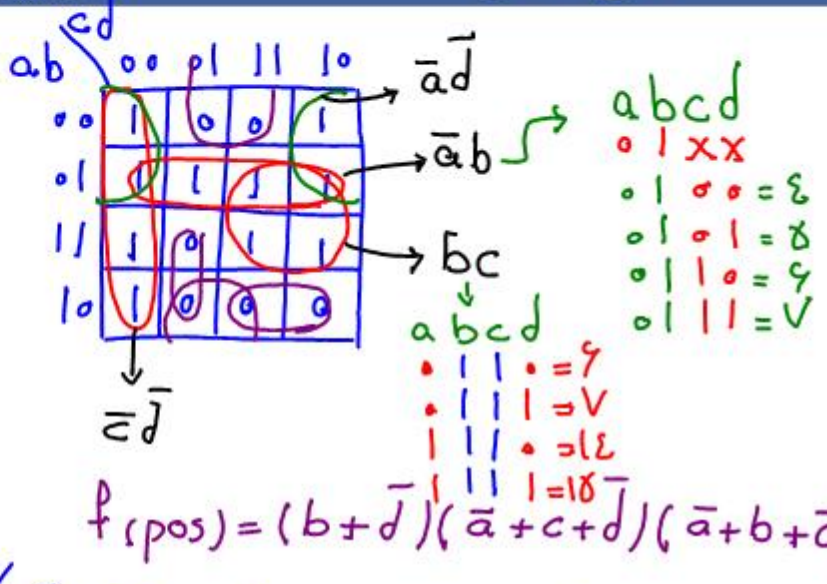
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

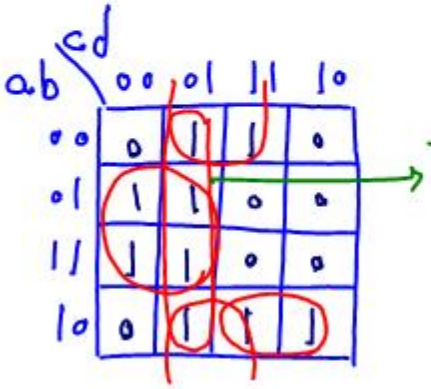
رامین رضوی



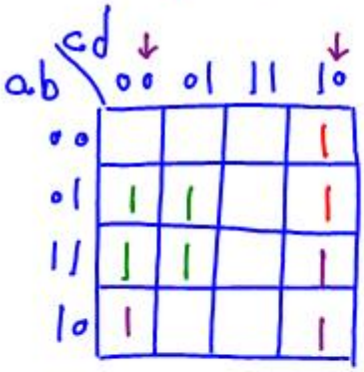


$$f_{(pos)} = (b+\bar{d})(\bar{a}+c+\bar{d})(\bar{a}+b+\bar{c})$$

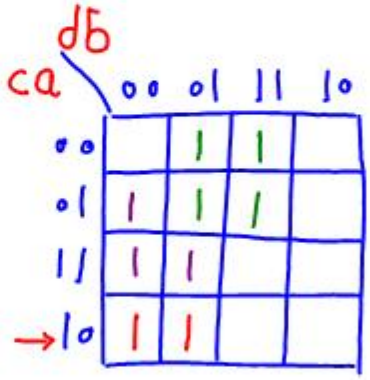
توجه) بعد از اتمام دسته بندی جدول کارنو حتما مجددا یکبار چک اش کنید ، زیرا ممکن است دسته‌های اضافی پیدا کنید که نیازی به آنها نبوده



* ریختن یک عبارت بولی در جدول کارنو



$$f(a,b,c,d) = \bar{a}c\bar{d} + b\bar{c} + a\bar{d}$$



$$f(c,a,d,b) = \bar{a}c\bar{d} + b\bar{c} + a\bar{d}$$

$$\bar{d}(\underbrace{\bar{a}c}_{a+c} + a) = a\bar{d} + c\bar{d}$$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

جدول کارنو پنج متغیره

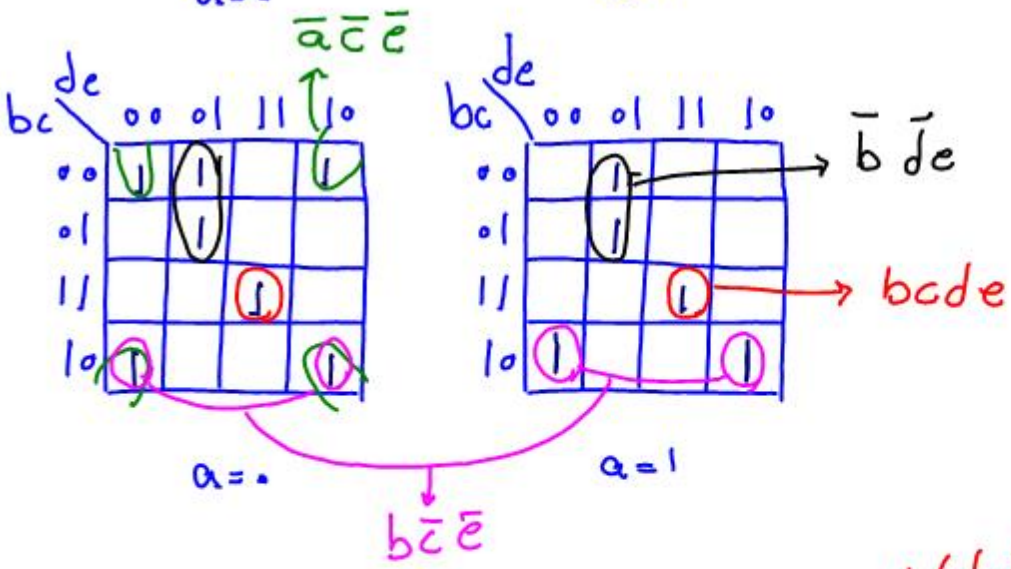
bc \ de	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

a = 0

bc \ de	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

a = 1

$f(a,b,c,d,e) = \sum m(\quad)$ (متغیرها: e d c b a)



حالات بی اهمیت (dont care):

حالاتی هستند که می‌توانیم آنها ۰ یا ۱ در نظر بگیریم. وقتی حالت بی اهمیتی را با ۰ یا ۱ در نظر گرفتید دیگه همه حالت است.

در جدول کارنو یا جدول صحت حالت بی اهمیت را با: d یا X یا — نشان می‌دهند

- هیچ الزامی برای گرفتن حالات بی اهمیت وجود ندارد و از حالات بی اهمیت برای آن دسته‌ای میان‌بر بزرگتر شود استفاده می‌کنیم

a \ bc	00	01	11	10
0	1	X	1	1
1				X

→ ā

$f(a,b,c) = \sum m(0,2,3) + d(1,6)$

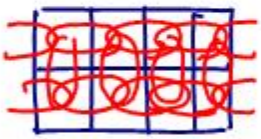
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

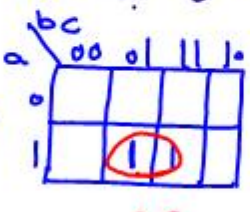
مدار منطقی

رامین رضوی

سوال) در جدول کارنو سه متغیره چند دسته دوخانه‌ای وجود دارد؟

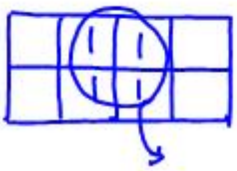


$\Rightarrow$



$\Rightarrow \binom{3}{2} \times 2^2 = 12$

سوال - در سوال بالا چند دسته ۴ خانه‌ای وجود دارد؟



$\binom{3}{1} \times 2 = 6$:

سوال - در جدول چهار متغیره چند دسته چهارخانه‌ای وجود دارد؟

$\binom{4}{2} \times 2^2 = 24$

نکته) تعداد کل دسته‌های جدول n متغیره برابر با 3^n است.

مثلا در جدول سه متغیره ما ۲۷ دسته داریم: $8+12+6+1=27$

اثبات نکته)

در جدول چهار متغیره چند دسته ۸ خانه‌ای وجود دارد؟ $\binom{4}{1} \times 2$

? " " " 2 " " " " " " " $\binom{4}{3} \times 2^3$

? " " " 1 " " " " " " " $\binom{4}{4} \times 2^4$

در جدول ۴ متغیر چند دسته داریم $= \binom{4}{0} \times 2^0 + \binom{4}{1} \times 2^1 + \binom{4}{2} \times 2^2 + \binom{4}{3} \times 2^3 + \binom{4}{4} \times 2^4$

یادآوری: بسط نیوتن $(a+b)^n = \binom{n}{0} a^0 b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \dots + \binom{n}{n} a^0 b^n$

$a=1, b=2 \Rightarrow 3^n = \binom{n}{0} 2^0 + \binom{n}{1} 2^1 + \dots + \binom{n}{n} 2^n$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

چند دسته داریم = چند جمله داریم

n متغیر داریم : $a, b, c, \dots$

در هر جمله = $3 \times 3 \times \dots \times 3 = 3^n$ (n تا)

تست) ساده‌ترین صورت تابع زیر را بیابید ؟

دولتی ۸۱

$$f(A,B,C,D,E) = \sum m(0,2,5,8,10,16,24,26,29) + d(7,18,21,24)$$

* چند چیز برای ما مهم است : یکی 0

یکی بزرگترین عدد با n متغیر، که در اینجا $e\ d\ c\ b\ a$ است.

$acd\bar{e} = 1 \times 101 = 21, 29$

$bcd\bar{e} = x 1 1 0 1 = 13, 29$

۱- $F = \bar{c}\bar{e} + \bar{b}ce + acd\bar{e}$ ✓

۲- $F = a\bar{c}\bar{e} + b\bar{c}\bar{e} + acd\bar{e}$ ✗

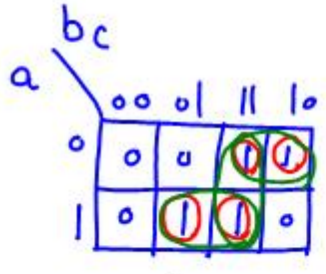
۳- $F = ab + \bar{b}c + ab\bar{e} + b\bar{d}$ ✗

۴- $F = \bar{c}\bar{e}\bar{d} + b\bar{c}e + bcd\bar{e}$ ✗

ایجاب کننده (Implicant)

جمله‌ای است بصورت ضرب که شامل یک یا چند متغیر است

* هرچی میتونی بگیر



۳ pI

۷ implicant = $\bar{a}bc, \bar{a}b\bar{c}, \dots$

ایجاب کننده اولیه (prime implicant) :

- تمام دسته‌های شامل 1, X که در دسته بزرگتر نیستند

نکته) دسته‌هایی که فقط درون‌شان X هست را نیز در نظر می‌گیریم

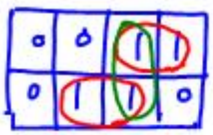
* pI ، cube ای است که در دل cube بزرگتری نباشد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

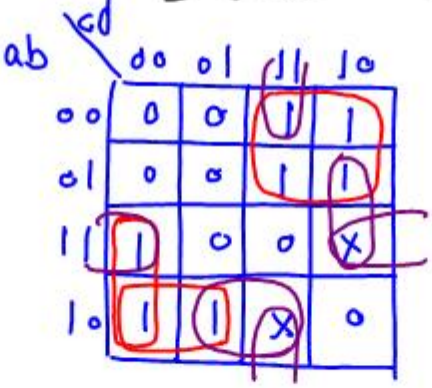
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.

@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

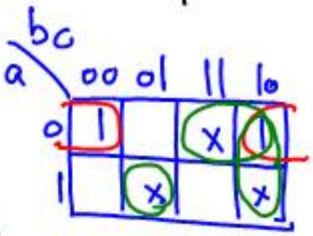
- برای یافتن pI و EpI در سوالات ابتدا فرض می کنیم می خواهیم ساده ترین شکل تابع را بدست آوریم (می ریزیم در جدول کارنو و به قصد ساده سازی دسته بندی می کنیم) سپس تمام دسته هایی که درون دسته بزرگتر نشستند و آنها را نگرفته ایم، می گیریم



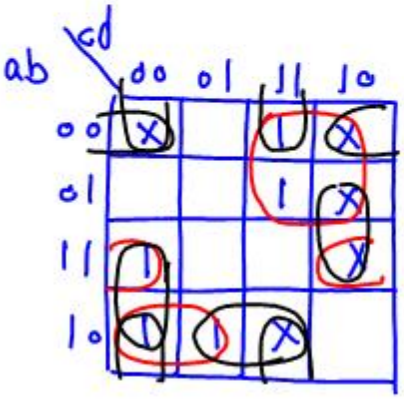
۳ pI
۲ EpI



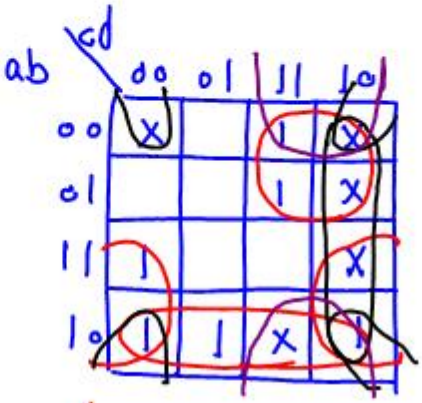
۷ pI
۱ EpI



۴ pI
۱ EpI



۹ pI
۱ EpI



۶ pI
۳ EpI

EpI (essential pI) : ایجاب کننده اولیه ضروری

- ازبین pI ها انتخاب می شوند و آنهایی هستند که حداقل یکدونه 1 دارند که با کسی مشترک نیست

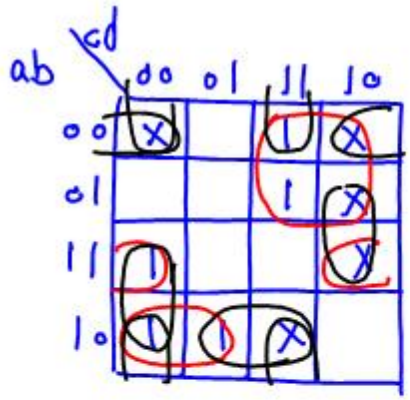
* یک تنها = یک بی کس = یک عاشق = یک خلوت

نکته: dont care ها را EpI نمی گیریم

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

نکته) برای ساده سازی یک تابع به فرم SOP باید همه EPI ها انتخاب شوند ولی ممکن است با انتخاب همه EPI ها، هنوز همه یک ها پوشش داده نشده باشند و مجبور شویم حداقل تعداد PI ها را انتخاب کنیم که همه یک ها کاور شود



$f(sop) = \bar{a}c + a\bar{b}\bar{c} + ab\bar{d}$

9 PI
1 EPI

↳ مجموعه PI های پوشا مینیمال

* برای یافتن همه PI ها ابتدا مجموعه EPI ها را پوشا مینیمال را می یابیم، سپس هر دسته ای که حداقل دسته بزرگتری نسبت را می گیریم

- پس ساده سازی با جدول کارنو یعنی یافتن مجموعه PI های پوشا مینیمال

نکته) با توجه به f ها نیز می توان PI و EPI بدست آورد. $f = \Pi M(\ldots)$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

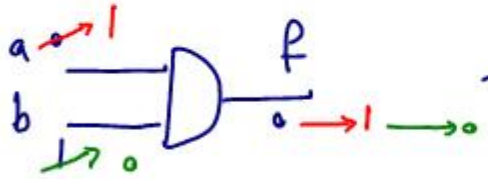
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

تاخیر انتشار (t_{pd} = propagation delay)

مدت زمانی که طول می‌کشد تا تغییرات ورودی به خروجی مدار برسد



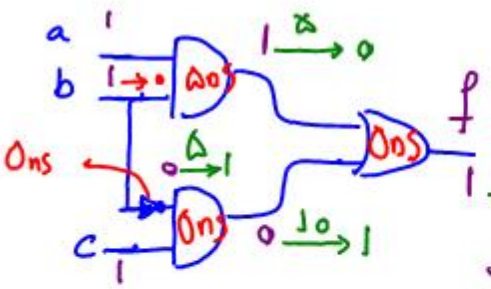
* t_{PLH} : تاخیر زمانیکه خروجی از ۰ به ۱ تغییر می‌کند
* t_{PHL} : " " " " " ۱ " ۰ " " "

$$t_{pd} = \frac{t_{PLH} + t_{PHL}}{2}$$

هازارد: در برخی مدارات تفاوت در تاخیر انتشار باعث بروز یک پدیده‌ای بنام هازارد می‌شود

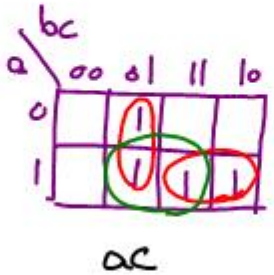
مخاطره:
- منطقی (Logic Hazard): فقط ۱ ورودی تغییر می‌کند
  - استاتیک:
    - ایستا سطح ۱
    - ایستا سطح ۰
  - دینامیک: خروجی بیش از ۱ تغییر ناخواسته دارد
- تابعی (Function Hazard): بیش از ۱ ورودی همزمان عوض می‌شود

مخاطره ایستا سطح ۱: حالتی که یک پالس ناخواسته منفی در خروجی ظاهر می‌شود، حال چرا می‌گوییم ناخواسته؛ زیرا خروجی ۱ بوده و با تغییر ورودی نباید تغییر کند اما برای مدت کوتاهی به طور ناخواسته ۰ می‌شود و باز ۱ می‌شود، به این پالس ناخواسته glitch هم منفی می‌گویند



ابتدا: a b c = 1 1 1 → تغییر: a b c = 1 0 1

$f = ab + \bar{b}c$ → کارنو



a b c ↔ a b c
1 0 1 ↔ 1 1 1

* برای اینکه تشخیص دهیم از چه گیتی به چه گیت دیگری هازارد داریم، ابتدا تابع را درون جدول کارنو می‌زنیم و حواسمان هست که

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

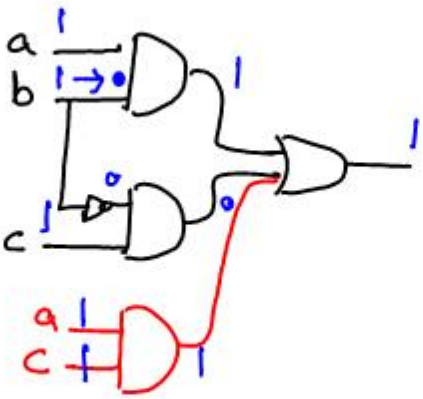
دسته‌ها را نیز در جدول کارنو مشخص کنیم، سپس هازارد‌ها را بررسی کنیم که مجاور نه ولی در یک دسته نیستند

توجه) فقط با توجه به جدول کارنو مشخص نیست که از چه کسی هازارد رخ میدهد یا اصلا رخ میدهد یا خیر و برای مشخص شدن این مورد باید تک‌خانه‌ها را نیز در نظر بگیریم

نکته) برای رفع هازارد ۱‌های مجاور که در یک دسته نیستند را در یک دسته می‌گیریم

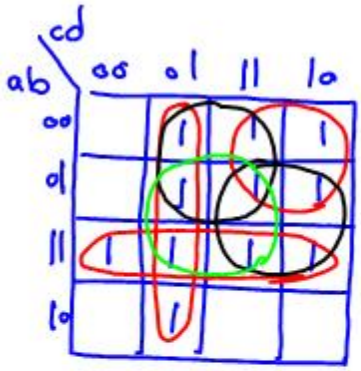
$f = ab + \bar{b}c + ac$

Hazard free



تست مهندسی ۸۹ :

تابع $f(a,b,c,d) = ab + \bar{a}c + \bar{c}d$ را در نظر بگیرید، برای پیاده‌سازی این تابع بصورت Hazard free به حداقل چند گیت نیاز داریم؟



۱- ۵ گیت AND دو ورودی و یک گیت OR پنج ورودی. ✓

۲- $f_{Hf} = ab + \bar{a}c + \bar{c}d + \bar{a}\bar{b}d + \bar{a}bd + bcd + bc\bar{d}$ ← اشتباه = ۱

۳-

۴- $f_{Hf} = ab + \bar{a}c + \bar{c}d + \bar{a}d + bc$

6 pI

* اگر یک تابع شامل همه pI های آن باشد قطعا هازارد ندارد ولی ممکن است تابعی شامل همه pI های آن نباشد و مخاطره نیز نداشته باشد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

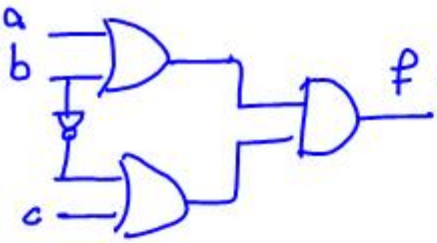
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

نکته) هازارد ایستا سطح ۱ معمولاً در مدارات sop رخ می دهد. (AND-OR یا NAND-NAND)

مخاطره ایستا سطح ۰ : حالتی است که خروجی ۰ است و ۰ نیز باید باقی بماند ولی برای مدت کوتاهی بصورت ناخواسته ۱ می شود و باز ۰ می شود، علت مخاطره سطح ۰ وجود دو تا ۰ مجاور در جدول کارنوت که در یک دسته نیستند

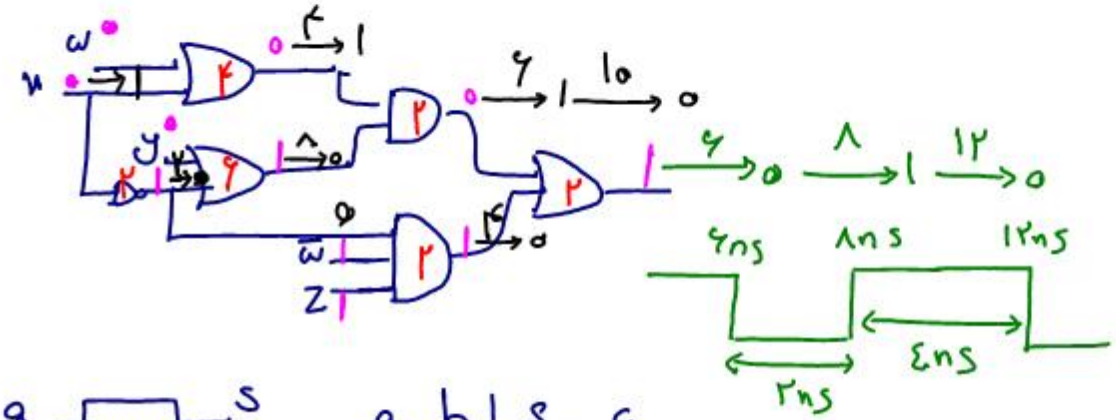


$f = (a+b)(\bar{b}+c)$

$abc = 000 \longrightarrow 010$

نکته) مخاطره سطح ۰ معمولاً در مدارات pos رخ میدهد (OR-AND یا NOR-NOR)

مثال) باتوجه به شکل مقابل اگر $wxyz = 0001$ را به 0101 تغییر دهیم چه هازاردی رخ میدهد



۱- استاتیک سطح ۰

۲- " " ۱

۳- دینامیک

۴- هازارد ندارم

مدارات ترکیبی

نیم جمع کننده (Half Adder)

a	b	s	c
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$s = \bar{a}b + a\bar{b} = a \oplus b$ تاخیر: single = 3Δ , Double = 2Δ

$c = ab$ تاخیر = single OR Double = 2Δ

سوال - آیا HA کامل است؟ کامل است

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

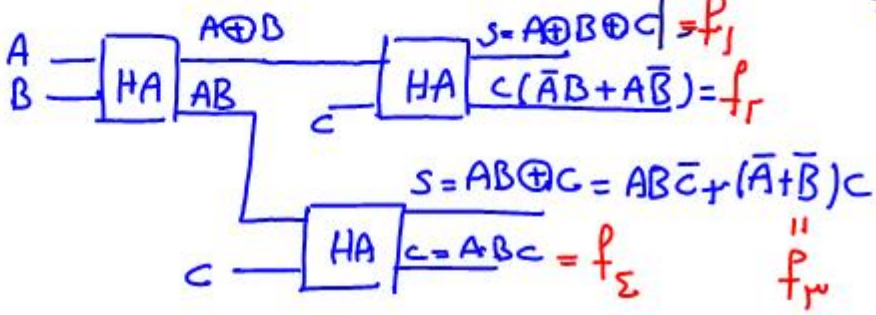
سوال - برای اجرای چهار تابع منطقی زیر با HA حداقل به چند HA نیاز است؟ بدون آن که از مدار دیگری استفاده کنیم.

$f_1 = A \oplus B \oplus C$

$f_2 = \bar{A}Bc + A\bar{B}c$

$f_3 = AB\bar{c} + (\bar{A}+\bar{B})c$

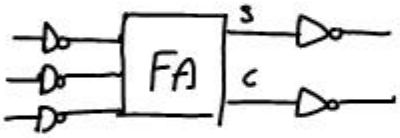
$f_4 = ABc$



۱ - ۲
۲ - ۳ ✓
۳ و ۴ " f_3
۵ - ۵

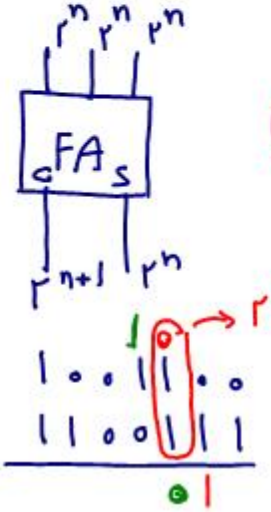
نکته) FA

نکته) اگر هر سه ورودی FA را not کنید، هر ۲ خروجی FA نیز not می‌شود

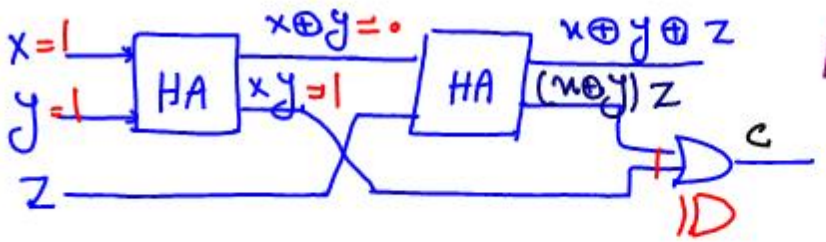


a	b	c	S	C
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

نکته)



ساخت FA با استفاده از HA



$c = xy + xz + yz$

$c = xy + (x \oplus y)z = xy + \bar{x}yz + x\bar{y}z = xy + yz + x\bar{y}z = xy + xz + yz$

$xy + \underbrace{yz + x\bar{y}z}_{z(y+\bar{y}x)} = xy + \underbrace{xz + yz}_{y+x}$

$\underbrace{xy + \bar{x}yz}_{y(x+\bar{x}z)} + x\bar{y}z$

$x+z$

توجه) اگر FA را با گیت‌های منطقی بسازیم حداقل به ۳ تا HA نیاز داریم

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

نیم تفریق کننده (Half subtractor) : بیت اول را منهای بیت دوم می‌کند

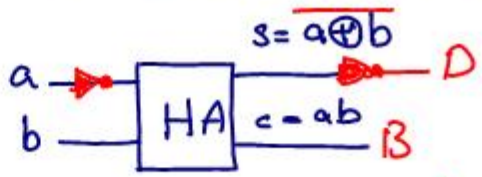
a	b	D	B (Borrow)
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

D = Difference

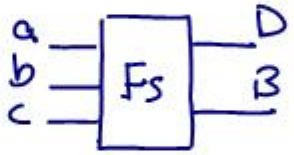
$D = \bar{a}b + a\bar{b} = a \oplus b$

$B = \bar{a}b$

نکته) با یک HA و دو تا not می‌توان HS ساخت



تمام تفریق کننده (Full subtractor) : FS سه بیت دریافت می‌کند و بیت اول را منهای جمع دو بیت دیگر می‌کند



a	b	c	D	B
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

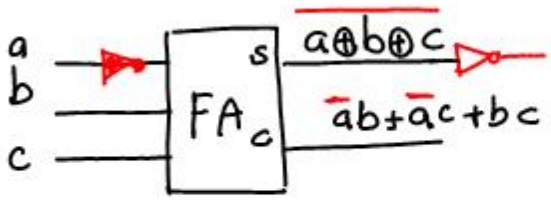
$D = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + abc = a \oplus b \oplus c$

$B = \bar{a}b + \bar{a}c + bc$

$a < b + c \longleftrightarrow B = 1$

$a \geq b + c \longleftrightarrow B = 0$

نکته) با یک FA و دو تا not می‌توان FS ساخت



نکته) با دو تا HS و یک OR (یا XOR) می‌توان FS ساخت.

مقایسه کننده

مثال - با استفاده از یک جمع کننده ۴ بیتی دو عدد ۴ بیتی بدون علامت را مقایسه کنید و نگت‌های G و E را بسازید

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

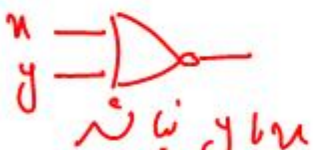
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

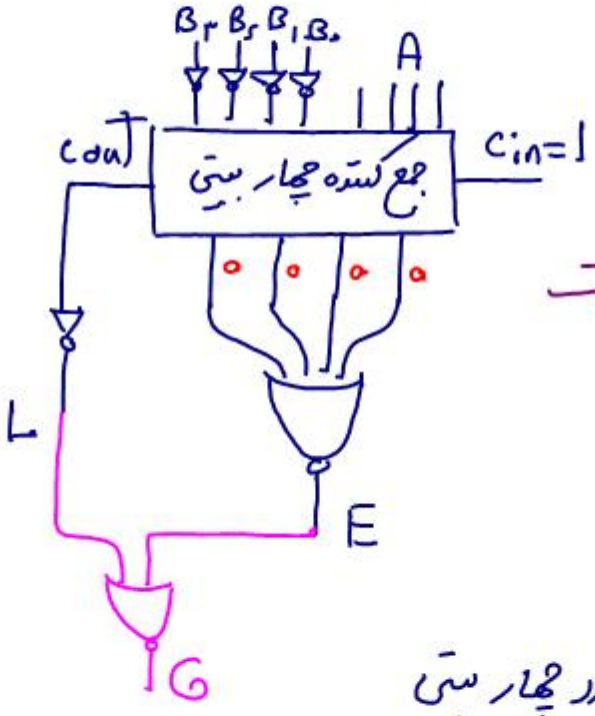
رامین رضوی

$A-B=A+\bar{B}+1$ $\quad C=1 \leftrightarrow A \geq B$ $\quad C=0 \leftrightarrow A<B$

- با جمع نمی‌توانیم مقایسه کنیم ولی با تفریق می‌شود

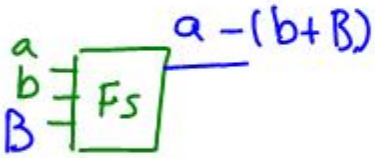


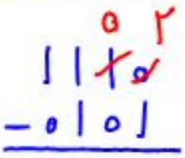
مدار نباید

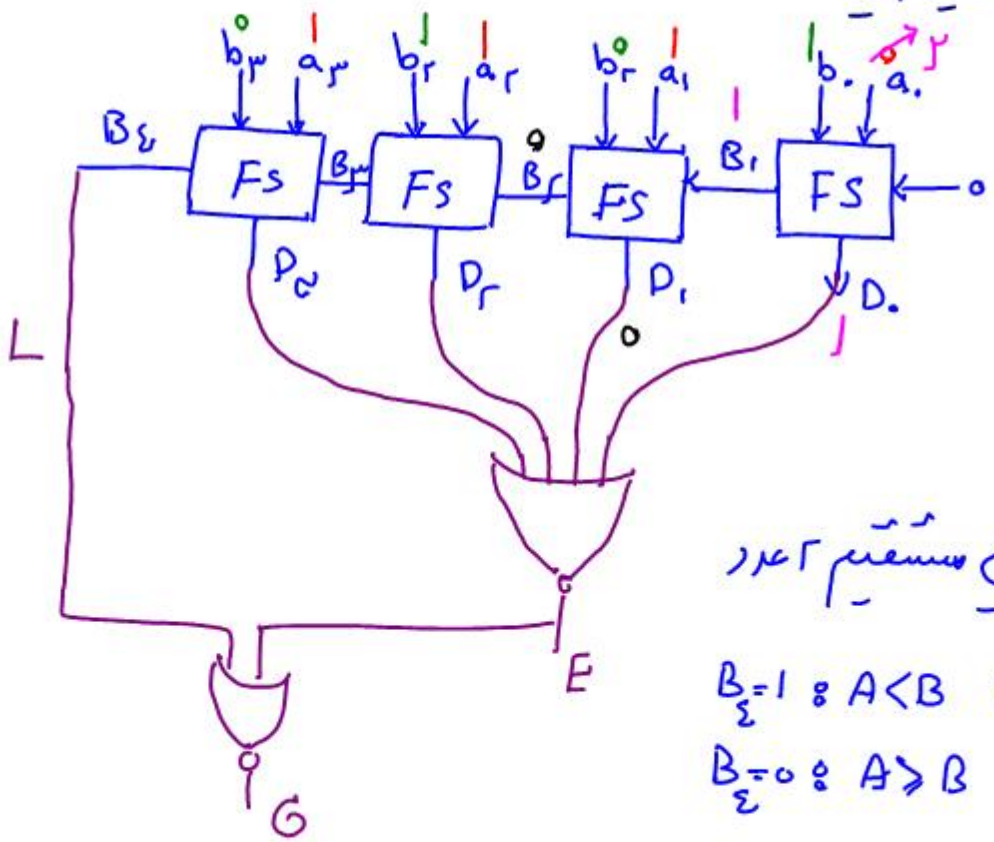


* هر دو تای از G و E و L را باهم NOR کنید تقریبا بدست می‌آید

مثال: با گیت ۴ تا Fs دو عدد چهار بیتی بی علامت را مقایسه کنید







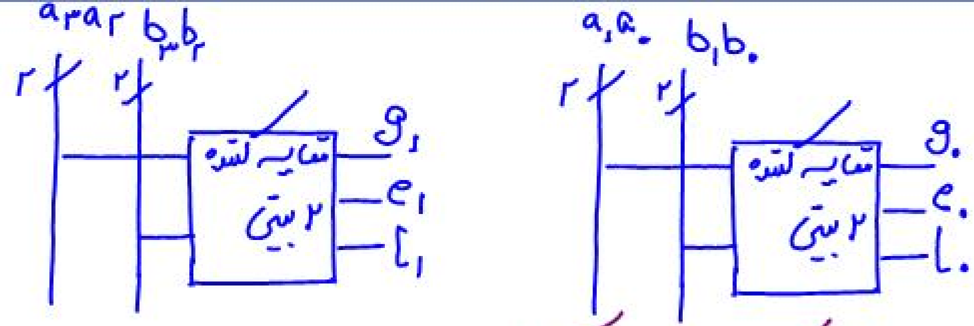
نکته: در تفریق هستیم ۲ عدد بی علامت:

$B_4=1 \Rightarrow A<B$

$B_4=0 \Rightarrow A \geq B$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

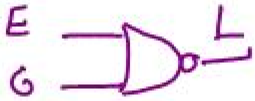


$G = g_1 + e_1 g_0 = A > B$

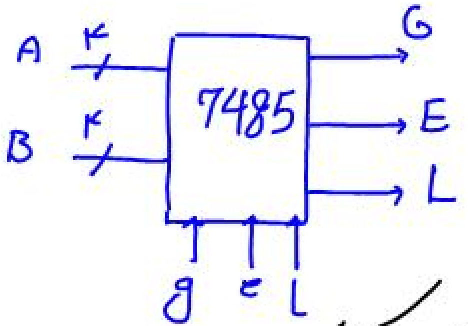
$L = L_1 + e_1 L_0 = A < B$

$E = e_1 \cdot e_0$

نکته: هر دو تای از G و E و L را که باهم NOR کنید سومی بدست می‌آید



مثال: تراشه‌ای داریم که یک مقایسه کننده چهار بیتی است که ۳ پایه ورودی اضافی (ورودیهای cascade) دارد، طرز کار این تراشه بصورت زیر است.



$A > B \rightarrow G = 1$

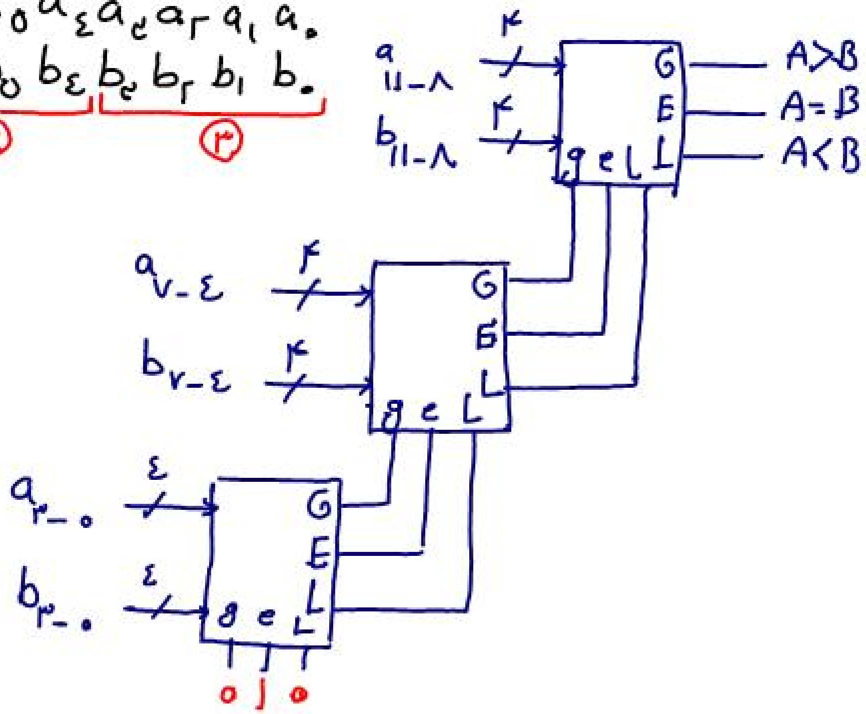
$A < B \rightarrow L = 1$

$A = B \rightarrow \begin{cases} g=1 \rightarrow G=1 \\ e=1 \rightarrow E=1 \\ l=1 \rightarrow L=1 \end{cases}$

مثال: با استفاده از این تراشه دو عدد ۱۲ بیتی را باهم مقایسه کنید

$A = a_{11} a_{10} a_9 a_8 \; a_7 a_6 a_5 a_4 \; a_3 a_2 a_1 a_0$

$B = \underbrace{b_{11} b_{10} b_9 b_8}_{①} \; \underbrace{b_7 b_6 b_5 b_4}_{②} \; \underbrace{b_3 b_2 b_1 b_0}_{③}$



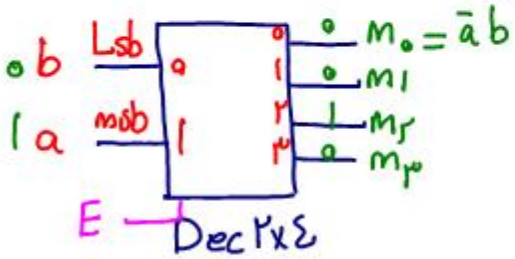
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

دیکدر (decoder) = رمزگشا



یک دیکدر n ورودی و 2^n خروجی دارد که در هر لحظه از زمان فقط یکی از خروجی‌ها فعال و سایر خروجی‌ها غیرفعال است.

با توجه به اینکه خروجی‌های دیکدر یا Active high هستند یا Active low، خروجی‌های دیکدر مینترم (یا ماکسترم) ها را تولید می‌کند.

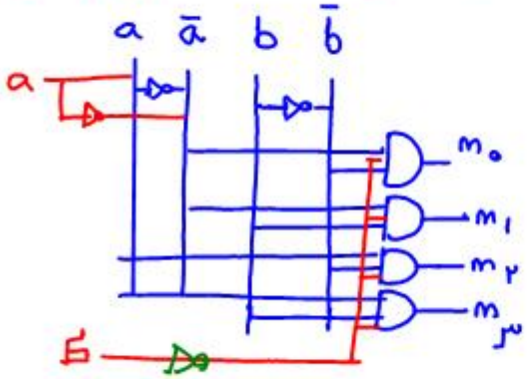
توجه) در برخی از کتاب‌ها یک دیکدر n ورودی و 2^n خروجی را به صورت $\frac{1}{2^n}$ Dec می‌نامند

E	E	a	b	m_0	m_1	m_2	m_3
0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	X	X	0	0	0	0

$m_0 = \bar{a}\bar{b}$
$m_1 = \bar{a}b$
$m_2 = a\bar{b}$
$m_3 = ab$

بررسی جدول درستی و ساختار درونی یک دیکدر

نکته) در کلاس Devic ها پایه‌ای داریم با نام enable که فعال بودن این پایه باعث می‌شود مدار کار عادی خود را انجام بدهد و غیرفعال بودن آن باعث می‌شود تمامی پایه‌های خروجی مدار غیرفعال شود



نکته: هر پایه‌ای می‌تواند active low یا active high باشد، اگر active high باشد با ۰ غیرفعال و با ۱ فعال است و اگر active low باشد برعکس

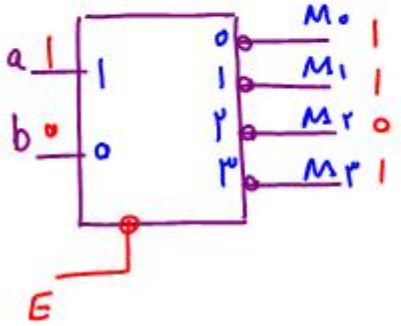
بررسی یک دیکدر با پایه‌های خروجی active low.

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی



E	a	b	M_0	M_1	M_2	M_3
0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	0
1	x	x	1	1	1	1

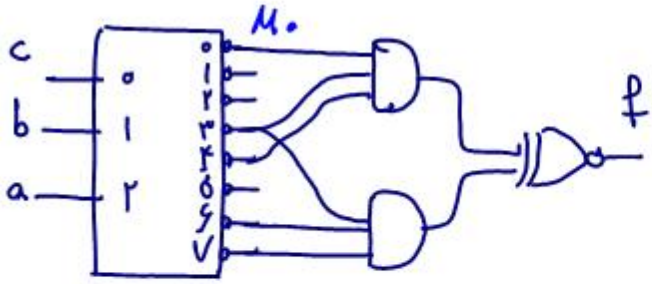
$M_0 = (a+b)$

$M_1 = (a+\bar{b})$

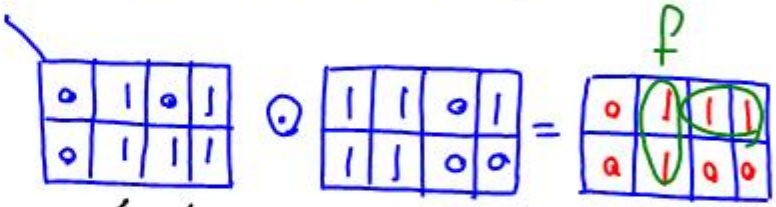
$M_2 = (\bar{a}+b)$

$M_3 = (\bar{a}+\bar{b})$

تست: خروجی شکل زیر را به ساده‌ترین شکل ممکن بیابید

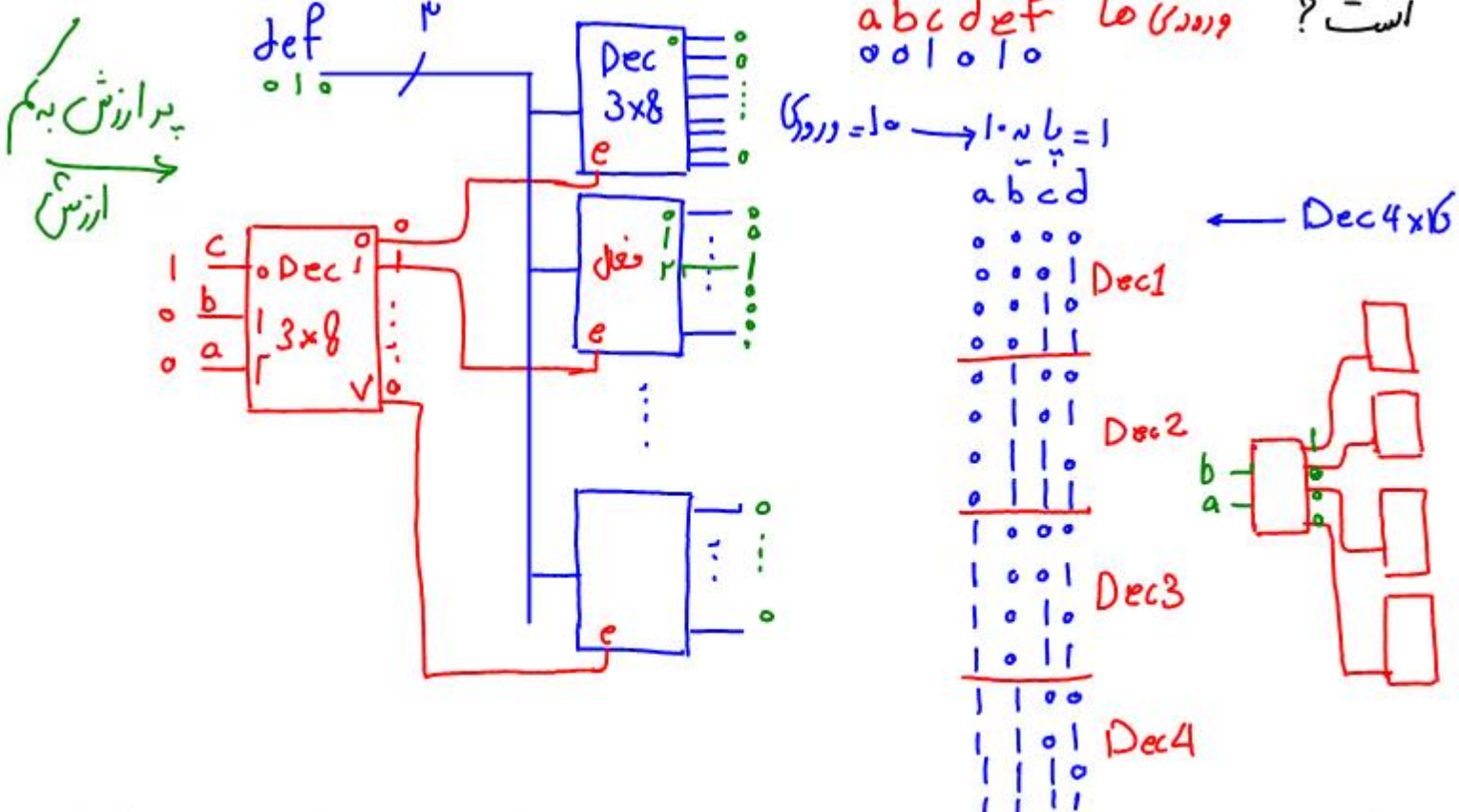


$f = \underbrace{(M_0 M_3 M_4)}_{f_1} \odot \underbrace{(M_3 M_5 M_7)}_{f_2}$



سوال: با استفاده از دیکدر ۳x۸، یک دیکدر ۶x۶۴ بسازید، چند دیکدر ۳x۸ نیاز است؟

ورودی ها abcdef
0 0 1 0 1 0



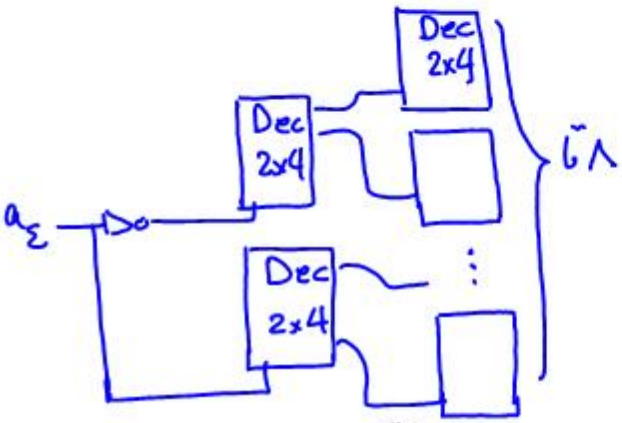
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

سوال. چندمورد از موارد زیر یک دیکدر ۳۲×۸ است ؟



۱- ✓ 1 dec 3x8 + 8 dec 2x4

۲- ✓ 1 dec 2x4 + 4 dec 3x8

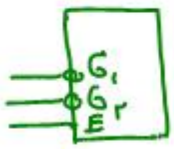
۳- ✓ 1 not + 2 dec 4x16

۴- ✓ 1 not + 10 dec 2x4

توجه) معمولا Ic های دیکدرها بیش از یک enable دارند ، مثلاً Ic ۱۳۸ سه تا پایه enable به نام های G_1 ، $\overline{G_2}$ و E دارد . که در این Ic برای اینکه این چیپ انتخاب بشود باید ورودی های $\overline{G_2}$ و $\overline{G_2}$ صفر باشند ، ورودی E یک باشد

دلیل اینکه Ic ها بیش از یک پایه enable دارند برای بالا بردن قابلیت انعطاف پذیری است

تحقق توابع با استفاده از دیکدر



از آنجا که هر تابعی را می توان بصورت جمع مینترم ها و یا ضرب ماکسترم ها نوشت بنابراین می توان با استفاده از دیکدر و گیت های دیگر هر تابعی را پیاده سازی کرد .

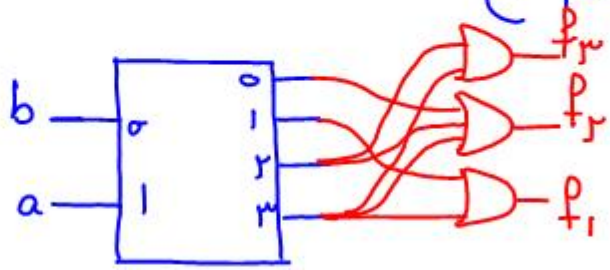
توجه : پیاده سازی یک تابع با استفاده از Dec متفاوت به صرفه نیست و استفاده از Dec وقتی مناسب است که بخواهیم توابع بسیار زیادی را که متغیرهای ورودی شان یکسان است پیاده سازی

مثال

$f_3 = M_1 + M_3$

$f_2 = M_0 + M_2 + M_3$

$f_1 = M_3 + M_2$



سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

شال - تابع $f(a,b,c)=\sum m(1,3,5,7)$ را:

۱- با استفاده از Dec و گیت OR بسازید

۲- " " " NOR " " " "

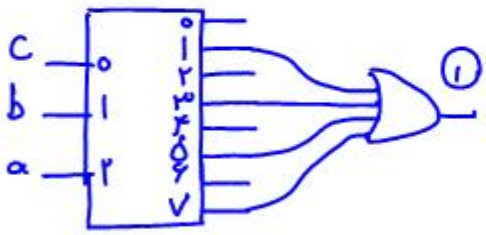
۳- " " " AND " " " "

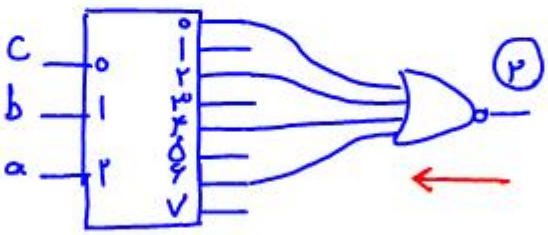
۴- " " " NAND " " " "

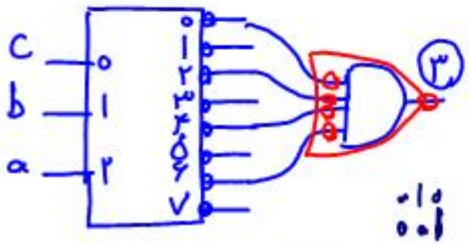
$$f=M_1+M_3+M_5+M_7=M_0M_2M_4M_6=\overline{M_1M_3M_5M_7}=\overline{m_0+m_2+m_4+m_6}$$

① ③ ④ ②

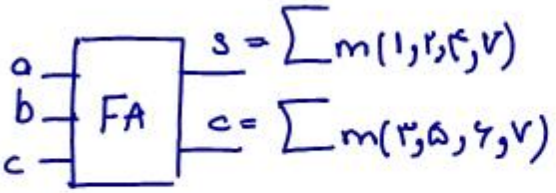
active low با دیکدر active low با دیکدر



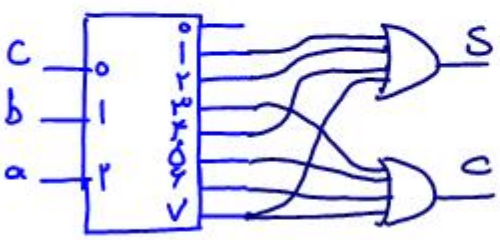




سوال: با کمک دیکدر و OR، Full Adder بسازید



سوال - برای ساخت یک Dec 6x64 چند دیکدر 2x4 نیاز است؟



۱۶ دیکدر در لول آخر باید بذاریم، $\frac{64}{4}=16$

$\frac{16}{4}=4$

$\frac{4}{4}=1$

جواب نهایی = ۲۱

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

سوال - اگر متغیر a با ارزش ترین متغیر و متغیر c، Lsb باشد تابع زیر را با دیکدر زیر پیاده سازی کنید:

$$f(a,b,c)=\sum m(1,3,6,7)$$

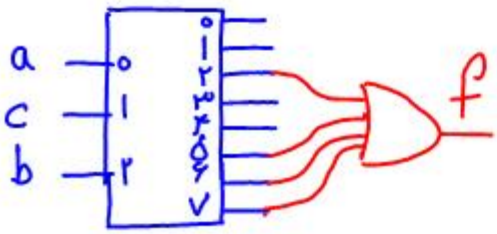
a b c

$m_1 = 0\ 0\ 1 \Rightarrow D_1$

$m_3 = 0\ 1\ 1 \Rightarrow D_3$

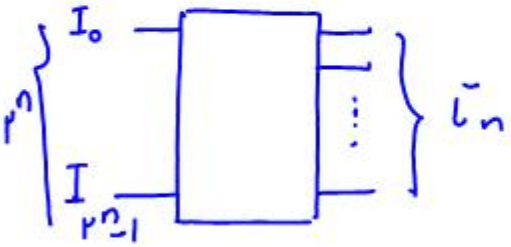
$m_6 = 1\ 1\ 0 \Rightarrow D_6$

$m_7 = 1\ 1\ 1 \Rightarrow D_7$

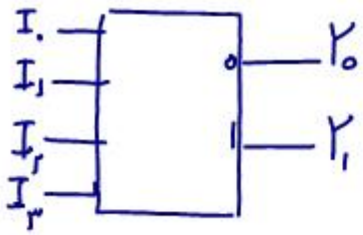


رمزگذار (encoder)

رمزگذار عکس رمزگشا است. رمزگذار 2^n ورودی و n تا خروجی دارد هر کدام از که در ورودی فشار بدهیم عدد متناظر با آن در خروجی پدیدار می‌شود. هر شناسی که فشار بدهیم آدرس آن (شماره آن شناسی) در خروجی پیدا می‌شود



بررسی یک encoder 4x2



I_3	I_2	I_1	I_0	Y_1	Y_0
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	0	1	1
				X	X

دوازده حالت دیگر

$Y_1 = I_2 + I_3$

$Y_0 = I_1 + I_3$

- اگر کسی بجای شناسی دکمه I_1 و I_2 را با هم فشار بدهد $Y_1=1$ و $Y_0=1$ می‌شود و این به این معناست که کسی دکمه 3 را فشار داده، درصورتیکه این اتفاق نفتاده است پس این رمزگذار دارای اشکال است. برای رفع این مشکل باید بین ورودی ها تقدم

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

و اولویت در نظر بگیریم. این چنین شد که انکدر اولویت دار به وجود آمد.

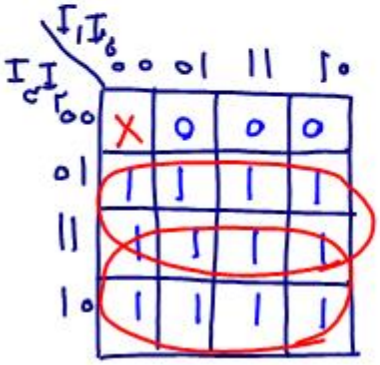
Priority encoder

$I_3 I_2 I_1 I_0$	$Y_1 Y_0$	V(valid)
0 0 0 1	0 0	1
0 0 1 X	0 1	1
0 1 X X	1 0	1
1 X X X	1 1	1
0 0 0 0	X X	0

ورودی ۱ : ۱ بیت
ورودی ۲ : ۲ بیت
ورودی ۴ : ۴ بیت
ورودی ۸ : ۸ بیت

* اگر تمام ورودی ها ۰ باشند، نباید در خروجی X بیاوریم، برای رفع این مشکل یک پایه valid در نظر می‌گیریم حال اگر ورودی valid باشد به خروجی ها نگاه می‌کنیم ولی اگر valid = ۰ باشد به خروجی نگاه نمی‌کنیم

$$V = I_3 + I_2 + I_1 + I_0$$



$\Rightarrow Y_1 = I_3 + I_2$

$Y_0 =$

Y_1

$$Y_1 = I_2 \bar{I}_3 + I_3 = I_2 + I_3$$

$$Y_0 = I_1 \bar{I}_2 \bar{I}_3 + I_3 = I_3 + I_1 \bar{I}_2$$

اگر کلمه I_1 و I_2 را فشار دهیم:

$Y_1 = 1$
$Y_0 = 0$
$\Rightarrow Y_1 Y_0 = 10 = 2$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

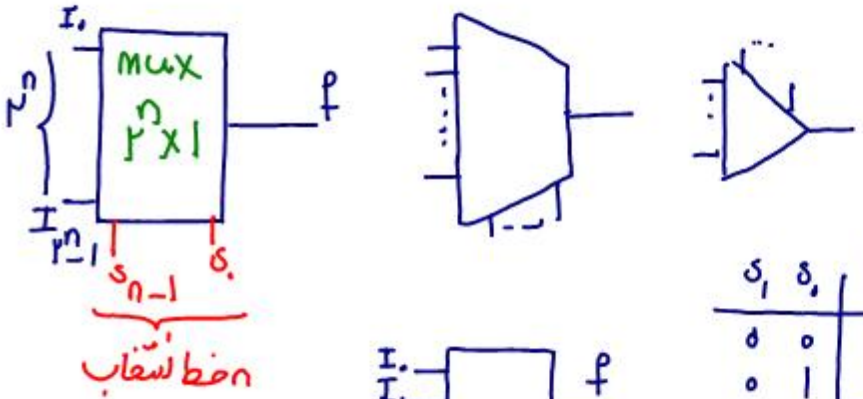
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

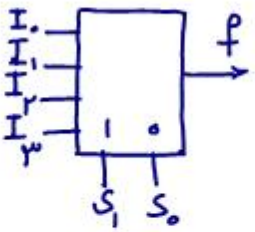
رامین رضوی

مالتی پلکسر = تسهیم کننده = Data selector

یک مدار ترکیبی است که یکی از ورودی ها را به تنها خروجی اش متصل می کند



بررسی یک mux 4x1 :

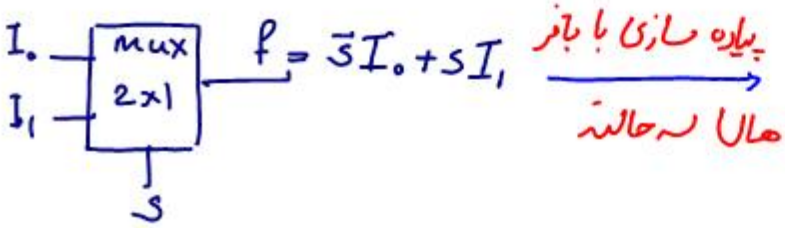


S_1	S_0	f
0	0	I_0
0	1	I_1
1	0	I_2
1	1	I_3

$$f = I_0\bar{S}_1\bar{S}_0 + I_1\bar{S}_1S_0 + I_2S_1\bar{S}_0 + I_3S_1S_0$$

* ۴ تا AND سه ورودی و یک OR چهار ورودی .

mux 32x1 → ۳۲ تا AND شش ورودی و یک OR ۳۲ ورودی

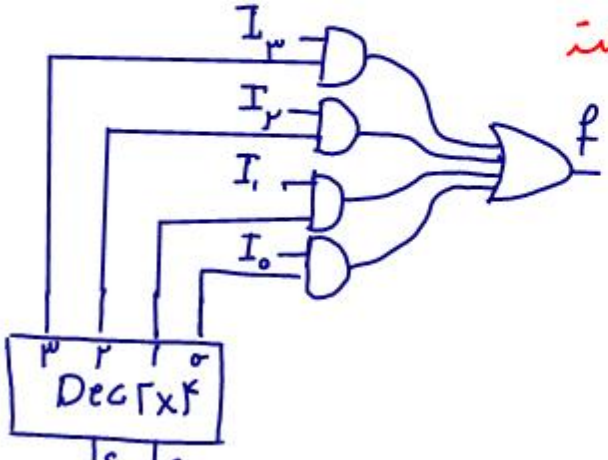


* ساخت mux 4x1

① با استفاده از دیکدر و گیت های AND و OR

② " " " " و بافرهای سه حالته

یادآوری : خروجی های دیکدر مینترم ها را تولید می کنند



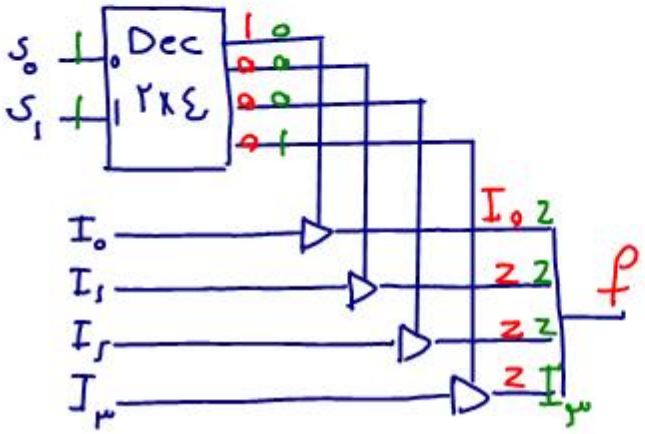
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

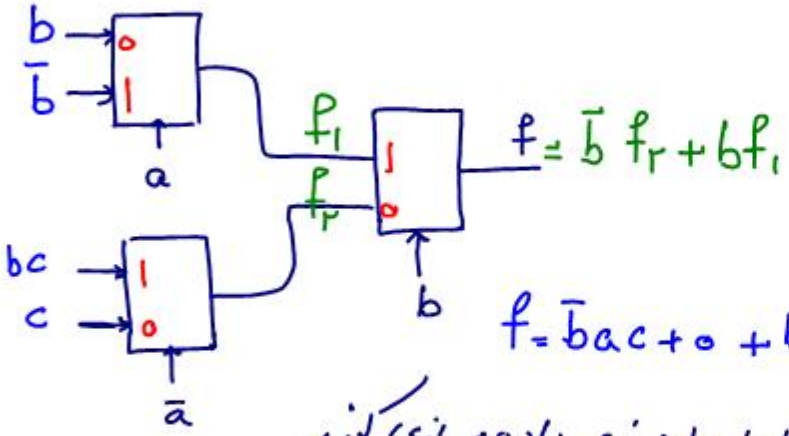
رامین رضوی

۲)



* برای یک mux ۴x۱ ، ۴ بافر به حالت Dec ۲x۴ و یک

مثال - f چه می‌شود؟



$f_1 = \bar{a}b + a\bar{b}$

$f_2 = ac + \bar{a}bc$

$f = \bar{b}ac + 0 + b\bar{a} + 0 = \bar{a}b + a\bar{b}c$

مثال ۱ تابع $f(a,b,c) = a\bar{b} + \bar{a}c$ را با موارد زیر پیاده سازی کنید

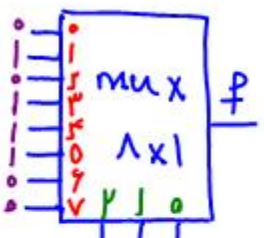
$f = \sum m(1,3,4,5)$

الف) با mux ۸x۱

ب) با mux ۴x۱ و پایه‌های select ab

ج) " " " " " cb

د) " mux ۲x۱ و پایه select cc

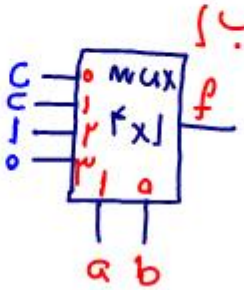


* با یک mux ۸x۱ به ۶ حالت می‌توانیم تابع را پیاده سازی کنیم

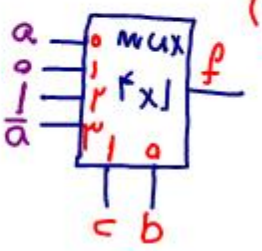
$3! = 6$

$\binom{3}{2} \times 2 = 6 \Rightarrow$ به ۶ حالت می‌توانیم این تابع را با mux ۴x۱ پیاده سازی کنیم

ب)



ج)



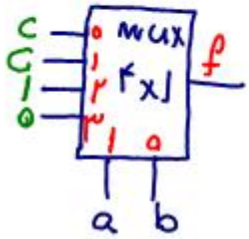
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

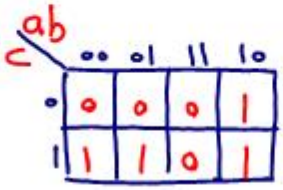
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

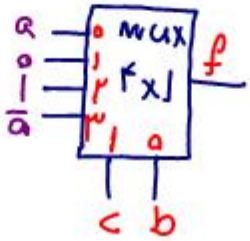
مدار منطقی

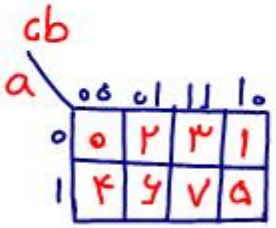
رامین رضوی

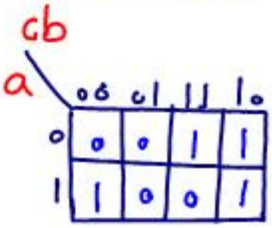
$f = \sum m(1,3,4,5)$



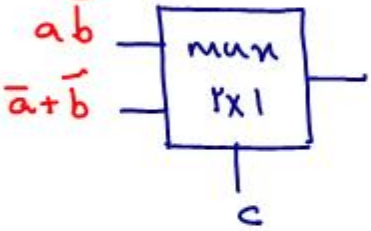




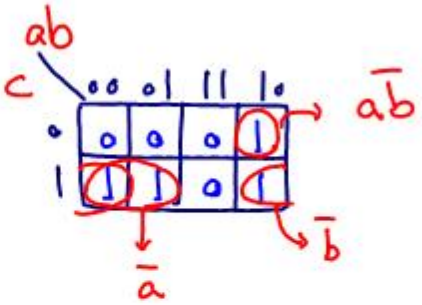




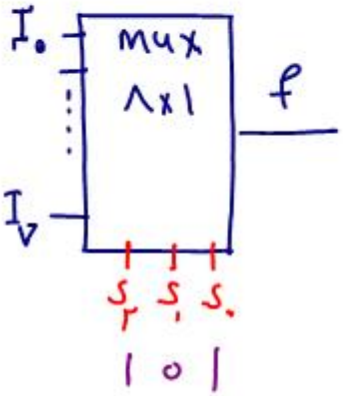
روش ۱) $f(a,b,c) = a\bar{b} + \bar{a}c$

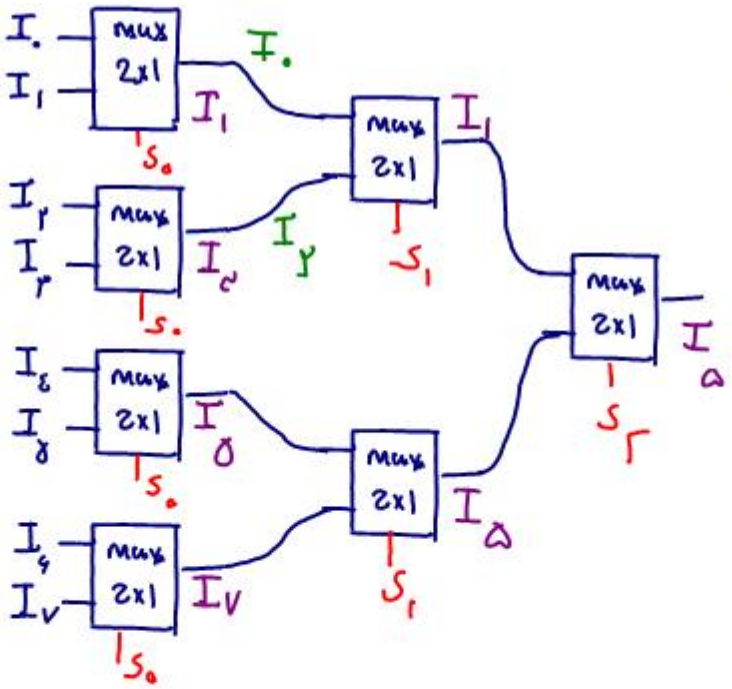


روش ۲)



سوال: با استفاده از mux ۲x۱ یک mux ۸x۱ بسازید





S_2 S_1 S_0	f
0 0 0	I_0
0 0 1	$I_1 \rightarrow I_0$
0 1 0	I_2
0 1 1	$I_3 \rightarrow I_2$
1 0 0	I_4
1 0 1	I_5
1 1 0	I_6
1 1 1	I_7

خطوط سفلت از کم ارزش به پر ارزش

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

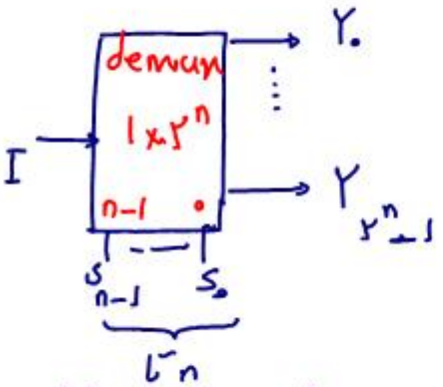
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

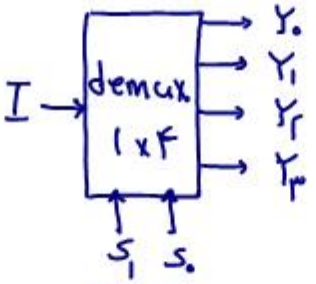
مدار منطقی

رامین رضوی

دی مالتی پلکسر (demux) : بعضی data distributer هم می گویند

یک مدار ترکیبی است که یک ورودی دارد و چندین خروجی و با توجه به خطوط انتخاب ورودی را به یکی از خروجی هایش متصل می کند و سایر خروجی ها 0 می شوند





S_1	S_0	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3
0	0	I	0	0	0
0	1	0	I	0	0
1	0	0	0	I	0
1	1	0	0	0	I

* یک demux $1x2^n$ همان Dec $nx2^n$. است به شرطیکه ورودی demux را معادل enable دیکدر و سلکت های demux را ورودی دیکدر فرض کنیم

- قطعات منطقی برنامه پذیر (pLD: programmble logic device)

از این قطعات برای پیاده سازی بیش از یک تابع استفاده می کنند

- از جمله این pLD ها می توان به Rom ، pAL و pLA اشاره کرد.

Rom یک حافظه فقط خواندنی است (Rom: Read only memory)

electrictly erasable programmble Read only memory

- Rom داخل اش یک Dec $nx2^n$ است ، این 2^n خروجی دیکدر همگی وارد یک OR می شوند که این OR ها به تعداد عرض حافظه شماست ، ما تعداد OR ها را m می گیریم یک Rom با n ورودی و m خروجی بصورت زیر نامیده می شود

Rom 2^n x m

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

مثال) توابع زیر را با Rom بسازید (با استفاده از دیکدر و گیت OR)

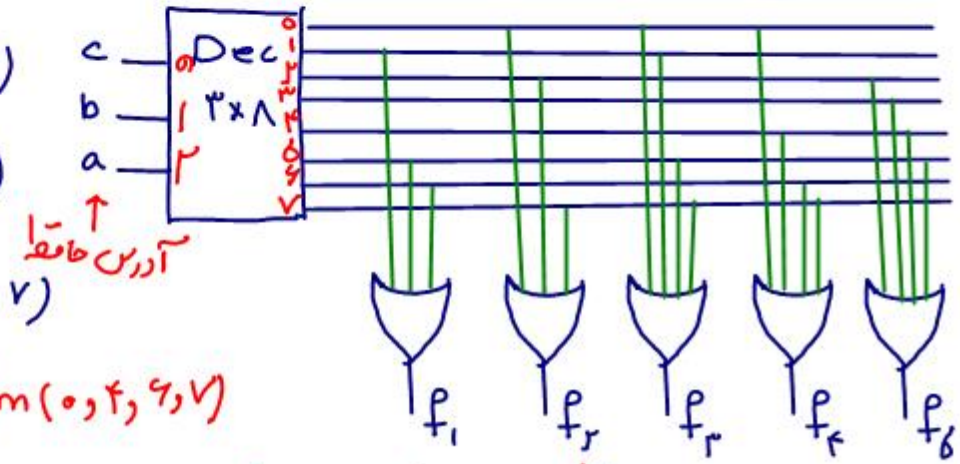
$f_1(a,b,c) = \sum m(1,5,6)$

$f_2(a,b,c) = \sum m(0,2,7)$

$f_3(a,b,c) = \sum m(0,1,5,7)$

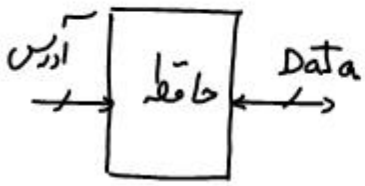
$f_4(a,b,c) = ab + \bar{b}\bar{c} = \sum m(0,4,6,7)$

$f_5(a,b,c) = a\bar{b} + \bar{a}b = \sum m(2,3,4,5)$



آدرس حافظه			دنیای حافظه				
a	b	c	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	0	1
⋮				جدول حافظه			
1	1	1	0	1	1	1	0

* به این می‌گوییم یک Rom ۸×۵ و یعنی ۸ تا کلمه ۵ بیتی داریم



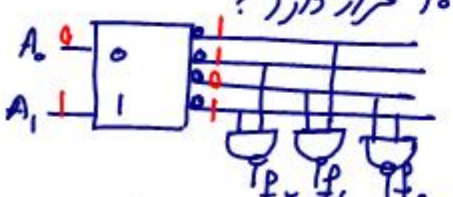
نکته) Rom حافظه‌ای است از نوع Random access.

نکته) در واقع Rom یک مدار دو لوله AND-OR است که ما AND ها ثابت را برنامه‌ریزی نمی‌کنیم و AND ها ثابت Fix است و OR ها را برنامه‌ریزی می‌کنیم

از این تعداد آنهایی را که نمی‌خواهیم ⇐ تعداد فیوزها (اتصالات) در یک Rom $= 2^n \times m$

قطع شون می‌کنیم (می‌سوزونیم شان)

مثال) در حافظه Rom زیر در آدرس $A_1A_0 = 10$ چه عددی در مبنا ۱۰ قرار دارد؟



جواب = ۳

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

مثال) کدام گزینه اندازه Rom لازم برای پیاده سازی هریک از مدارات ترکیبی زیر را درست نشان میدهد

الف) یک جمع کننده / تفریق کننده ۱۶ بیتی با c_{in} و c_{out}

ب) ضرب کننده ۸×۸

* باید به این فکر کنیم که مدارات ما چند ورودی و چند خروجی دارد، بعد سایز Rom می‌شود دو به توان ورودی ها ضرب در خروجی ها.

۱: مدار — اندازه Rom

الف: $2^{17} \times 17\,bit$

ب: $2^{16} \times 16$ "

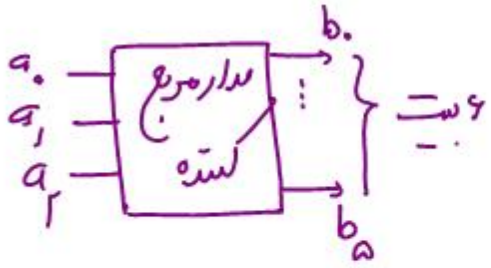
الف) این مدار ۳۴ تا ورودی دارد و ۱۷ تا خروجی

بنابراین سایز Rom می‌شود $2^{34} \times 17\,bit$

ب) این مدار ۱۶ تا ورودی و ۱۶ تا نیز خروجی دارد بنابراین سایز Rom برابر $2^{16} \times 16\,bit$

$$\begin{array}{r} n\,bit \\ \times\ n\,bit \\ \hline 2n\,bit \end{array}$$

تست) برای ساخت مولد مربع عدد سه بیتی حداقل سایز Rom چقدر است؟



۱) Rom ۸×۳ + OR سه ورودی

۲) + AND دو ورودی + "

۳) " + " + یک not +

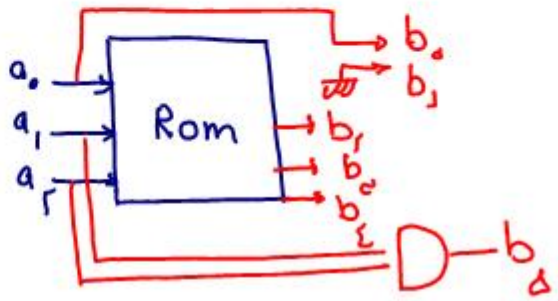
۴) OR دو ورودی + " + "

* اگر می خواستیم مثل مثال قبل به این مثال فکر کنیم جواب می‌شود Rom ۸×۶، اما این جواب در گزینه ها نیست. چون تعداد ورودی و خروجی ها کم است احتمالاً ساده سازی انجام داده.

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir
مدار منطقی
رامین رضوی

a_2	a_1	a_0	b_5	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	1



سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

آرایه منطقی برنامه پذیر (PLA: programmable logic array)

PLA تمامی متغیرها را بصورت کامل دیکد نمی‌کند، یعنی همه مینترم‌ها را تولید نمی‌کند و هر آنچه که نیاز باشد را می‌سازد، در واقع در PLA ما دیکدر را با تعدادی AND جایگزین می‌کنیم. در Rom ما فقط OR ها را برنامه ریزی می‌کنیم ولی در PLA ما هم AND و هم OR را برنامه ریزی می‌کنیم

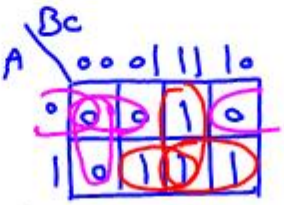
نتیجه: حال که قرار است ما AND و OR را نیز برنامه ریزی کنیم بنابراین برای پیاده سازی توابع با استفاده از PLA باید در ابتدا توابع را ساده کنیم ← در نتیجه زمان پیاده سازی یکسری تابع با PLA بیشتر از زمان پیاده سازی آنها با Rom خواهد بود، ولی سفت افزار کمتری خواهد داشت

مثال) توابع زیر را با یک PLA با سایز سه ورودی و چهار جمله ضرب پیاده سازی کنید

چهار جمله ضرب یا ۴ تا and داشته باشیم

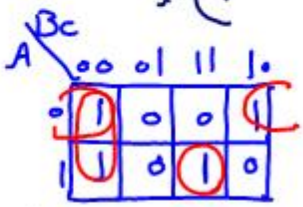
$$f_1(A,B,C) = \sum m(3,0,6,7)$$

$$f_2(A,B,C) = \sum m(0,2,5,7)$$



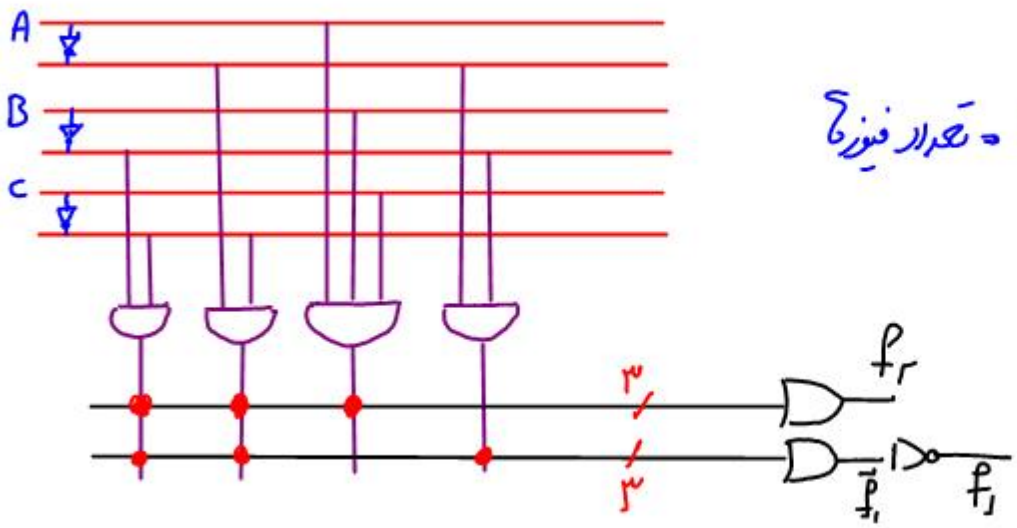
$f_1 = Bc + Ac + AB$

$\bar{f}_1 = \bar{B}\bar{c} + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{c}$



$f_2 = \bar{B}\bar{c} + \bar{A}\bar{c} + ABC$

$\bar{f}_2$



تعداد فیوزها = $4 \times 6 + 2 \times 4 + 2 = 34$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

آرایه برنامه پذیر منطقی (PAL)

یک قطعه برنامه پذیر با ORهای ثابت و ANDهای برنامه پذیر است. (عکس Rom)

نکته) با PAL نیز توابع باید ساده شوند

PAL شامل موارد زیر است:

۱- همه ورودی‌ها و متمم‌هایشان

۲- ANDهای قابل برنامه ریزی

۳- ORهایی با تعداد ورودی‌های ثابت

نکته) در PAL برخلاف PLA یک جمله ضرب نمی‌توانند بین ۲ یا چند OR مشترک باشد بنابراین در PAL هر تابع را بدون توجه به توابع دیگر ساده می‌کنیم

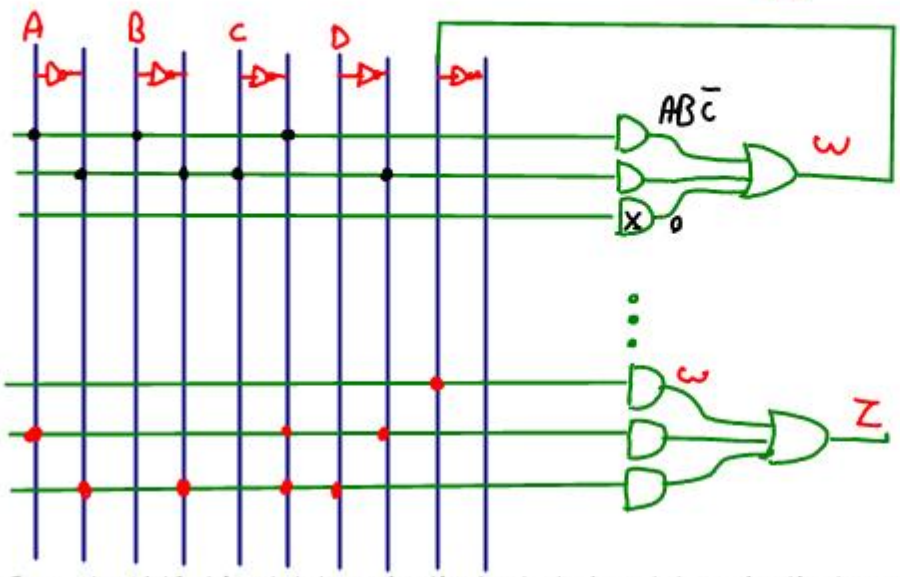
مثال) توابع زیر را با PAL‌ای که چهار OR سه ورودی دارد پیاده سازی کنید

$w(A,B,C,D) = \sum(2,12,13)$: $AB\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D}$

$x(\quad) = \sum(7,8,9,10,11,12,14,15)$: $A + BCD$

$y(\quad) = \sum(0,2,3,4,5,6,7,8,10,11,15)$: $\bar{A}B + CD + \bar{B}\bar{D}$

$Z(\quad) = \sum(1,2,8,12,13)$: $\underbrace{AB\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D}}_{w} + A\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D$



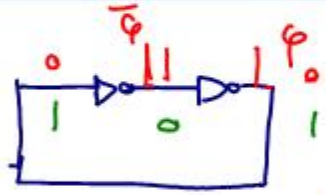
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

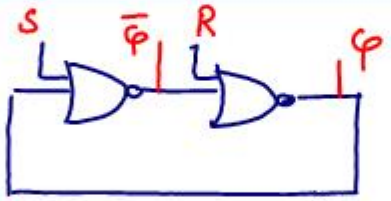
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

مدارات ترتیبی :

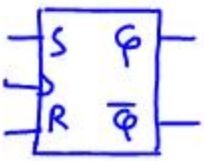




لچ SR :

جدول مشخصه SR

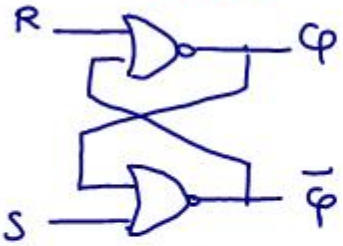
" حالت SR

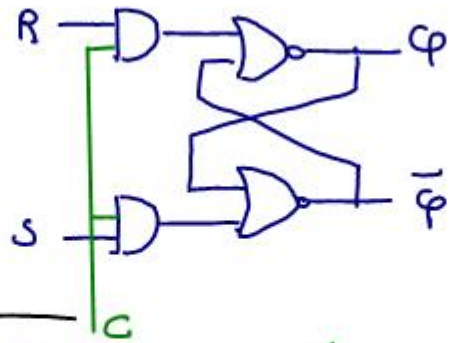


S	R	$\varphi(\Delta t^+)$ → φ بعد از تاخیر دروازه
0	0	$\varphi(0)$: لچ ما حفظ حالت می‌کند
0	1	0
1	0	1
1	1	غیرمجاز

Set Reset

NOR latch





اگر کلاک را به C وصل کنیم آن‌گاه ← C

به این مدار فلیپ فلاپ SR می‌گویند (لچ SR کنترل شده گیت شده) $\Rightarrow \varphi^* = \bar{C}\varphi + C(S + \varphi\bar{R})$

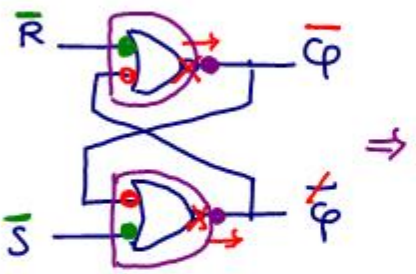
SR-FF

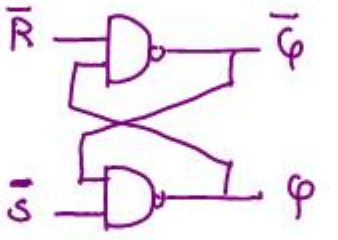
SR-FF معادله مشخصه = $\varphi^* = ?$

φ \ SR	00	01	11	10
0	0	0	X	1
1	1	0	X	1

شرط : $SR = 0$

$\varphi^* = S + \varphi\bar{R}$





NAND latch

$\bar{S}$	$\bar{R}$	φ^*
1	1	φ
1	0	0
0	1	1
0	0	غیرمجاز

یا

S	R	φ^*
0	0	φ
0	1	0
1	0	1
1	1	غیرمجاز

به جدول کاری نگاه می‌کنیم ← $\bar{S} + \bar{R} = 1$

$\varphi^* = S + \varphi\bar{R}$

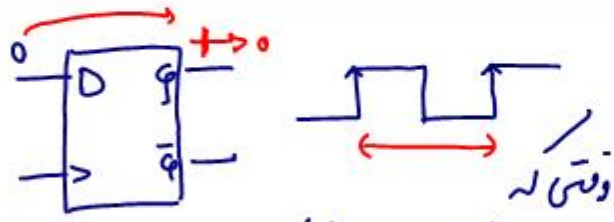
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

فلیپ فلاپ D (Data ، Delay)



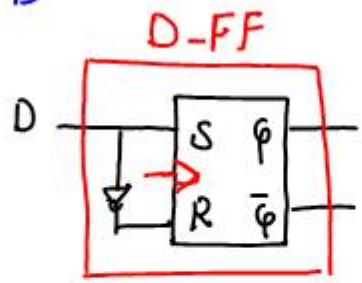
توجه) در D-FF ، φ همیشه با D برابر نیست و فقط وقتی که فلیپ فلاپ D کلاک می‌خورد (فعال می‌شود) φ برابر D است و اگر FF کلاک نخورد ، هزاران بار هم که D تغییر کند ، φ تغییر نخواهد کرد (اثرش روی خروجی FF عملاً ندارد)

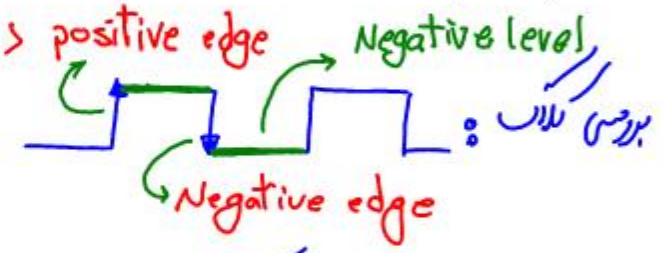
D	φ^*
0	0
1	1

$\Rightarrow \varphi^* = D$

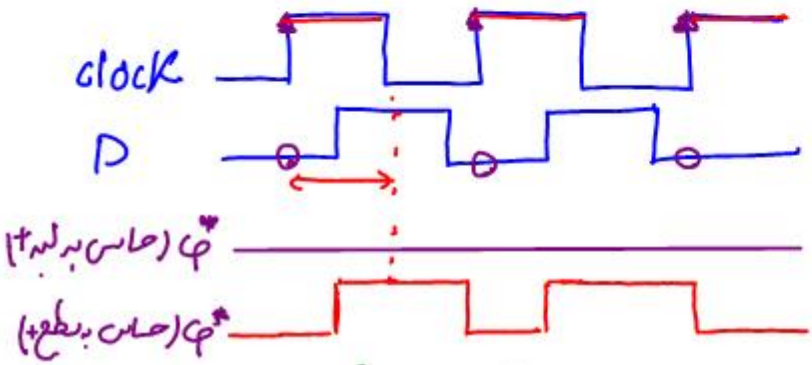
- از اتصال یک ورودی به اسم D به S و کلمل D به R ،

فلیپ فلاپ D ساخته می‌شود

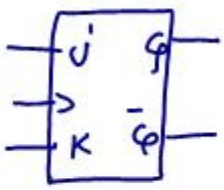




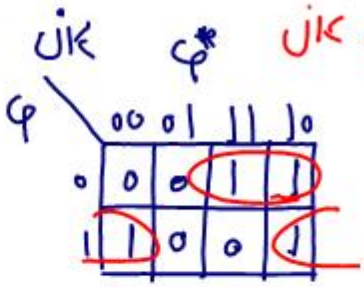
مثال) خروجی φ را رسم کنید



فلیپ فلاپ JK

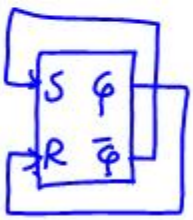


Jump J	Kill K	φ^*
0	0	φ (hold)
0	1	0
1	0	1
1	1	$\bar{\varphi}$ (complement)



$\varphi^* = J\bar{\varphi} + \bar{K}\varphi$

ساخت JK = در فلیپ فلاپ SR بالا را به پایین و پایین را به بالا وصل کن

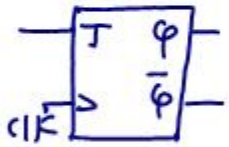


* منظورمان در مدار داخلی SR است .

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

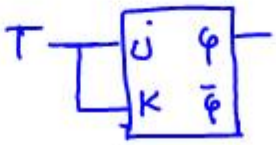
فلیپ فلاپ T (Trigger , Toggle)



T	φ^*
0	φ
1	$\bar{\varphi}$

$$\Rightarrow \varphi^* = \varphi\bar{T} + \bar{\varphi}T = \varphi \oplus T$$

ساخت T_FF :

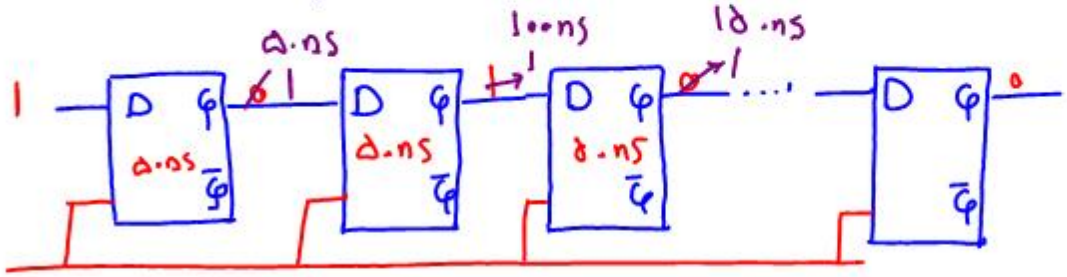


نکته) در مدارات ترتیبی حال چه سنکرون باشند و چه آسنکرون، معمولاً از فلیپ فلاپ هایی حساس به سطح استفاده نمی کنند. به علت اینکه استفاده از این FF دو مزیت دارد

۱- حساسیت به نویز را در مدارات افزایش می دهد

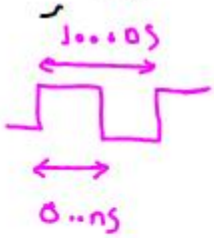
۲- باعث انتشار ورودی ها در مدار می شود

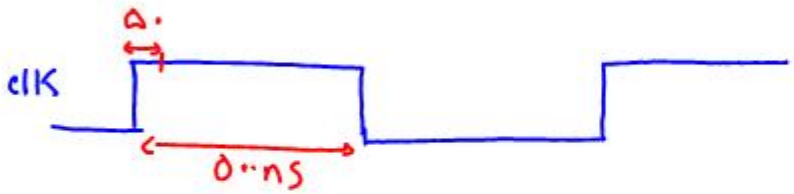
شیفت رجیستر:



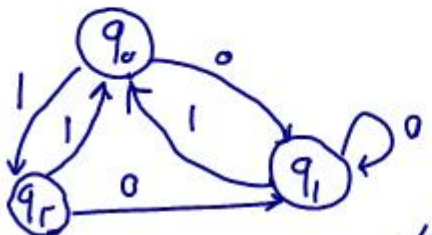
فرض کنید که تاخیر هر فلیپ فلاپ 50ns باشد و همچنین فرض کنید فرکانس کلاک 1MHz باشد

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1\times10^{6}\,HZ} = 10^{-6}\,s \times \frac{1000}{1000} = 1000 \times 10^{-9}\,s = 1000ns$$





تحلیل مدارات ترتیبی



مدارهایی هستند که اینکه در آنها چه خروجی داشته باشیم و به چه حالتی وارد شویم به ۲ مورد بستگی دارد

۱- ورودی ها چیست ۲- در چه حالتی است مدار

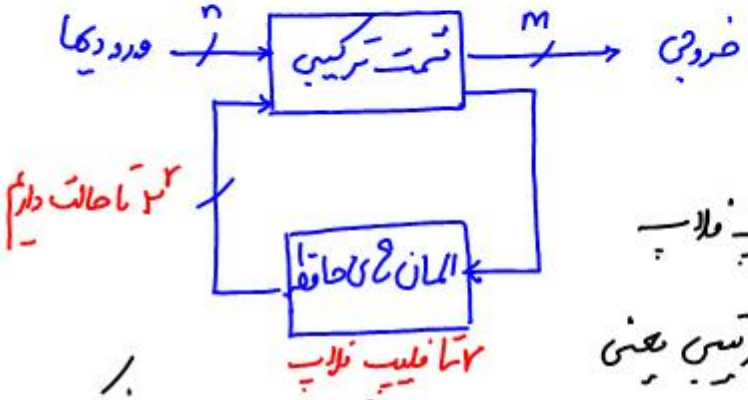
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

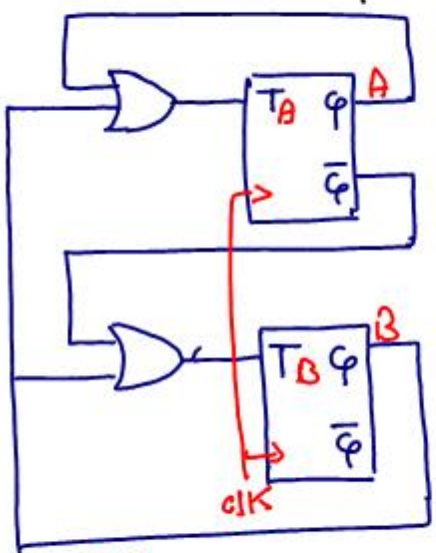
رامین رضوی

تحلیل مدارات ترتیبی: مدارات ترتیبی یا سنکرون هستند و یا آسنکرون، در مدار ترتیبی سنکرون کلاک همه فلیپ فلاپ ها مشترک است و همه فلیپ فلاپ ها حساس به لبه هستند، حال منظور از تحلیل مدار ترتیبی یعنی



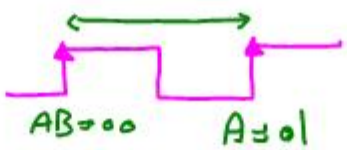
بررسی اینکه از هر حالت با هر ورودی به چه حالتی می رویم و چه خروجی خواهیم داشت. حال می دانیم که هر فلیپ فلاپ یک حافظه یک بیتی است که مقدار آن در یکی از دو حالت φ قرار دارد و بنابراین n تا φ می تواند دو مقدار ۰ و ۱ به خود بگیرد، حال اگر n تا فلیپ فلاپ داشته باشیم، 2^n حالت داریم. حال تحلیل مدار یعنی بگوییم از این 2^n حالت با هر ورودی به کجا می رویم و خروجی چه می شود

مثال) مدار زیر را تحلیل کنید



* باید به ما بگویند که A بالاتر است یا B (AB یا BA)

معمولا بالایی یا ارزش تر است.



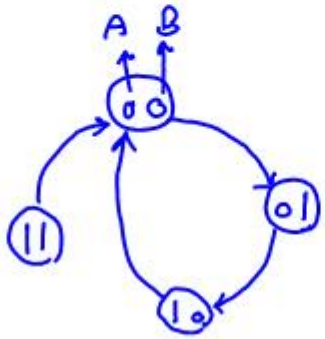
$T_A = A + B$

$T_B = \bar{A} + B$

جدول گذار

A	B	A^*	B^*
a = 0	0	0	1
b = 0	1	1	0
c = 1	0	0	0
d = 1	1	0	0

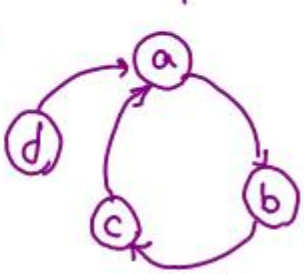
دیاگرام گذار



جدول حالت

حالت بعدی	حالت فعلی
b	a
c	b
a	c
a	d

دیاگرام حالت



سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

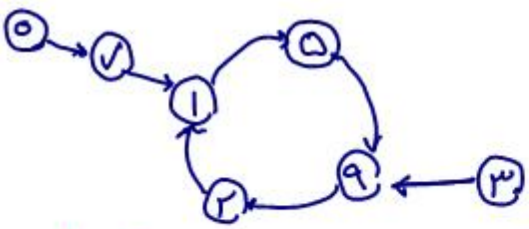
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

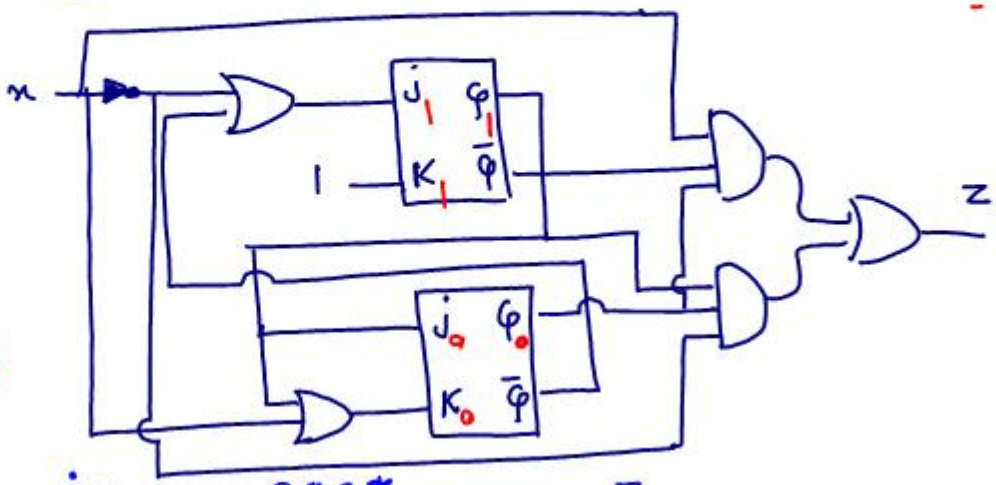
رامین رضوی

نکته - مدارلی که دیاگرام حالت آن یک سیکل شامل n حالت داشته باشد را شمارنده mod-n یا module-n می‌گویند.

نکته - مدار خود آغاز (self start) یا مدار خود تصحیح کننده (self correcting) مدارلی است که اگر به حالتی خارج از سیکل وارد شویم (یا در حالتی خارج از سیکل باشیم) بعد از یک یا چند کلاک وارد سیکل مطلوب آن می‌شود



مثال -



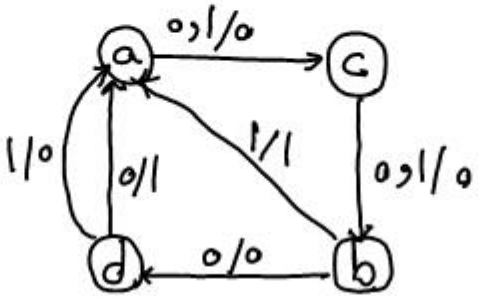
$$\begin{cases} J_0 = \varphi_1 \\ K_0 = \varphi_1 + x \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_1 = \bar{x} + \bar{\varphi}_0 \\ K_1 = 1 \end{cases}$$

$$Z = x\bar{\varphi}_1\varphi_0 + \varphi_1\varphi_0\bar{x}$$

$\varphi_1\varphi_0$	J_1K_1		J_0K_0		$\varphi_1^*\varphi_0^*$		Z	
	$x=0$	$x=1$	$x=0$	$x=1$	$x=0$	$x=1$	$x=0$	$x=1$
a = 0 0	11	11	00	01	10	10	0	0
b = 0 1	11	01	00	01	11	00	0	1
c = 1 0	11	11	11	11	01	01	0	0
d = 1 1	11	01	11	11	00	00	1	0

φ_n	φ_{n+1}, Z	
	$x=0$	$x=1$
a	c,0	c,0
b	d,0	a,1
c	b,0	b,0
d	a,1	a,0



سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

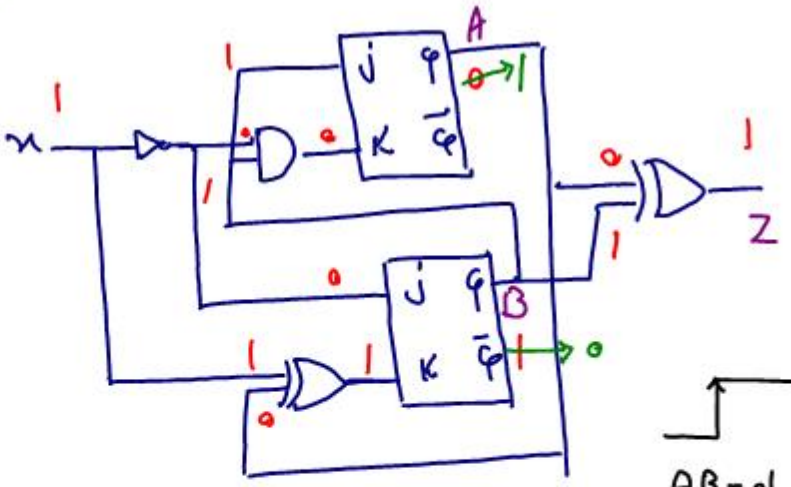
رامین رضوی

- مدارات ترتیبی در نوع اند : میلی و مور

در مدارات میلی در خروجی مدار ورودی نقش دارد ، اما در مدارهای مور یا ورودی در خروجی نقشی ندارد یا این مدارات اصلا خروجی ندارند .

بنابراین خروجی به حالت مدار یعنی خروجی فلیپ فلاپ ها وابسته است

مثال -



$J_A = B$

$K_A = B\bar{x}$

$J_B = \bar{x}$

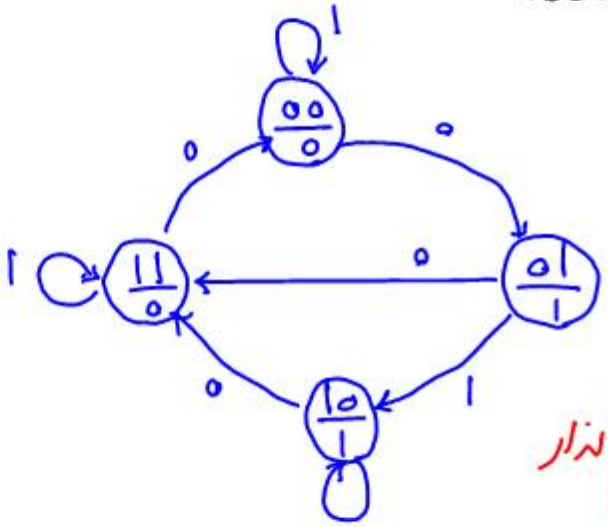
$K_B = A \oplus x$

$Z = A \oplus B$

A^*B^*

A	B	x=0	x=1	Z
0	0	01	00	0
0	1	11	10	1
1	0	11	10	1
1	1	00	11	0

جدول گذار



دیاگرام گذار

توضیح : در مدار مور خروجی فقط به حالت فعلی مدار وابسته است و می دانیم که حالت مدار فقط با آمدن لبه کلاک تغییر می کند ، بنابراین خروجی نیز فقط با لبه کلاک تغییر خواهد کرد و این یعنی خروجی مدارات مور با کلاک سنکرون است ولی در مدارات میلی خروجی به ورودی نیز وابسته است و می دانیم ورودی در هر لحظه بین دو لبه کلاک نیز می تواند عوض شود ، بنابراین خروجی نیز در هر

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

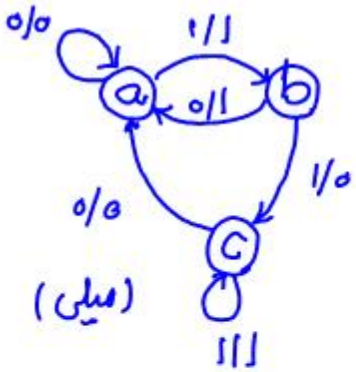
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

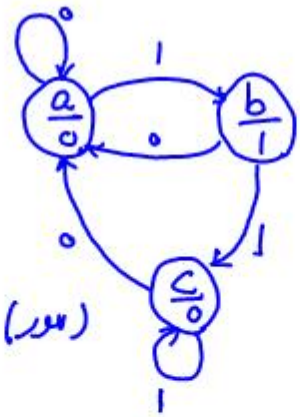
مدار منطقی

رامین رضوی

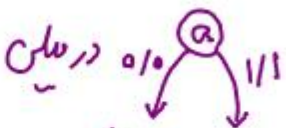
در هر لحظه ال می‌تواند عوض شود، بنا براین می‌گوییم در مدارات میلی خروجی با کلاک اسنکرون است و این موضوع را می‌توان گاهی اوقات عیب مدارات میلی دانست، ولی مزیت مدارات میلی نسبت به مور آن است که سرعت اقرار مدارات میلی معمولا کمتر از مدارات مور است

سوال مهم: با توجه به دیاگرام های حالت زیر و با توجه به کلاک و ورودی زیر، شکل موج خروجی مدار را بکشید (حالت شروع را a فرض کنید)

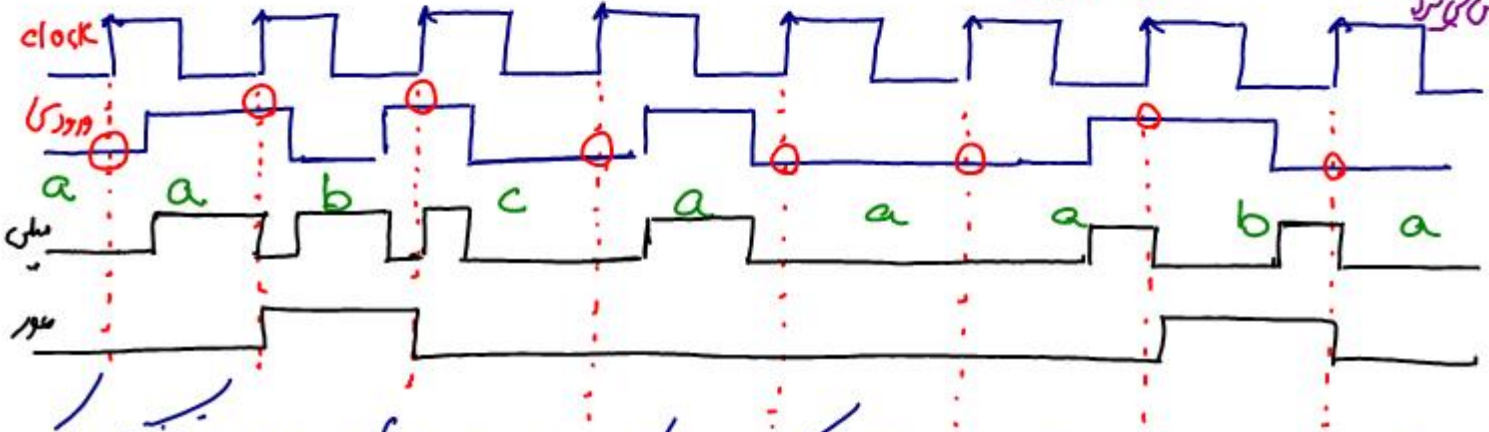




- در حالت a که هستیم خروجی not ورودی است

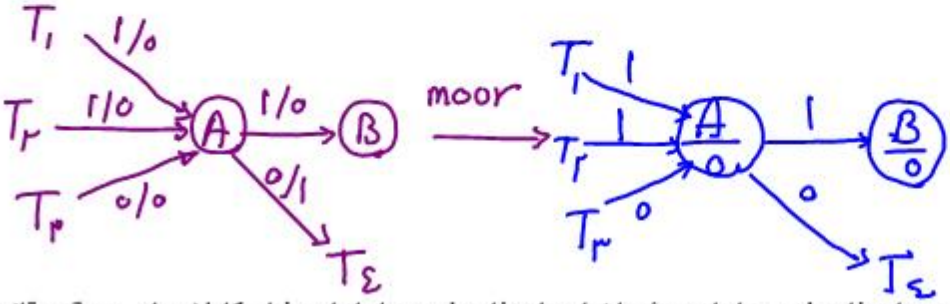


- در حالت c که هستیم خروجی شکل موج ورودی را به خودش می‌گیرد



نکته: تمام مدارات میلی را می‌توان به مور تبدیل کرد ولی ممکن است مجبور شویم حالت اضافه کنیم که در نتیجه شاید مجبور شویم فلیپ فلاپ اضافه کنیم، و به همین علت بود که گفتیم مور سرعت اقرارش شاید از میلی بیشتر باشد.

تبدیل میلی به مور

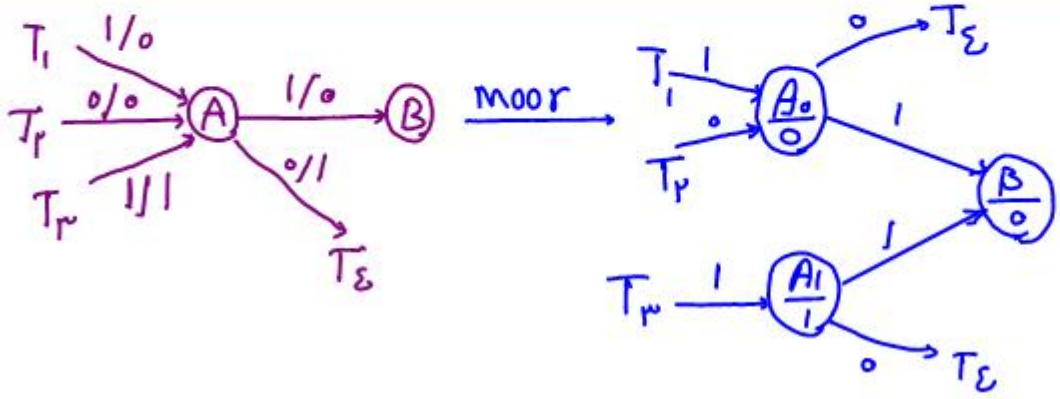


سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

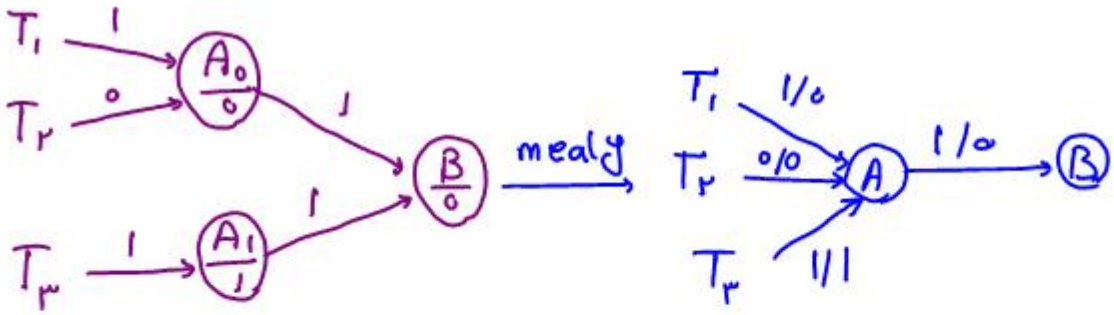
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

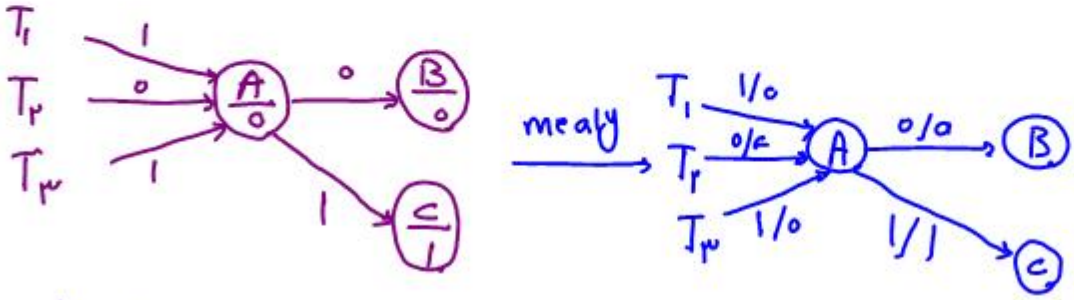
مدار منطقی

رامین رضوی



تبدیل مور به میلی





نکته) مداری که n تا حالت (state) دارد برای پیاده سازی اش به $\lceil \lg n \rceil$ تا فلیپ فلاپ نیاز داریم وقتی ما یک مدار میلی که n تا حالت دارد را به مور تبدیل می کنیم، ممکن است تعداد حالت های دیاگرام حالت مدار مور از n تا نهایتا تا $2n$ تا برسد، بنابراین در پیاده سازی مورش شاید لازم باشد نهایتا $\lceil \lg 2n \rceil$ فلیپ فلاپ مصرف کنیم

نکته) همه مدارات مور را نمی توان به میلی تبدیل کرد، چون برخی از مدارات مور اصلا خروجی ندارند یا اصلا ورودی ندارند که بتوانیم کاری کنیم که ورودی روی خروجی تاثیر بگذارد

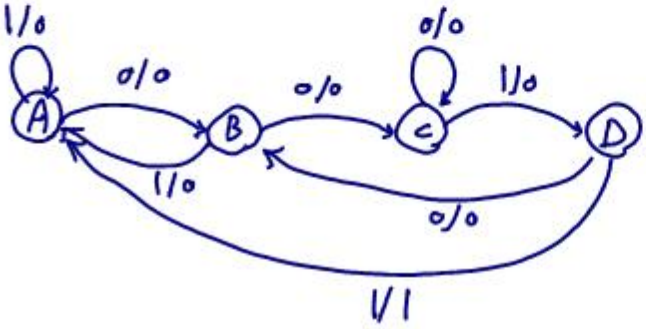
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

آزاد ۸۵ ـ دیاگرام حالت مدار زیر به صورت مدار میلی است، با تبدیل آن به مور تعداد حالت های آن چند عدد می شود؟



۱ـ ۴

۲ـ ۵ ✓

۳ـ ۶

۴ـ ۷

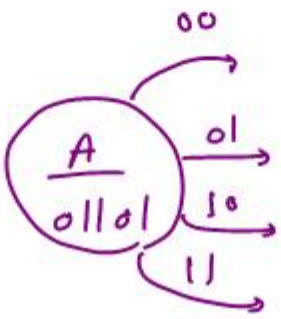
نکته) مزیت میلی به مور تعداد حالات کمتر آن است و در نتیجه تعداد فلیپ فلاپ های کمتر آن

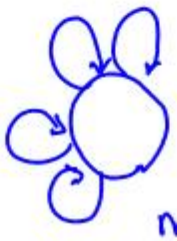
سوال ـ فرض کنید ماشین مور دارای سه فلیپ فلاپ، ۲ ورودی و ۵ خروجی است، بیشترین و کمترین تعداد گام هایی که به یک حالت خاص ختم می شود چقدر است؟ (چقدر می تواند باشد)

۳ فلیپ فلاپ ← ۸ تا حالت داریم

۲ ورودی: 0/0 1/1 1/1

۲ ورودی: 00/0 01/0 01/ 10/ 11/



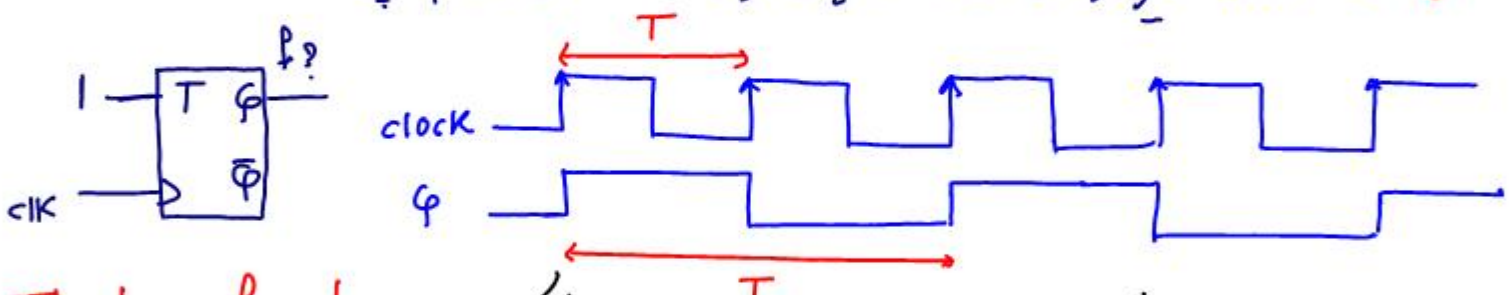


۷ تای دیگه ←

max = ۳۲

min = ۰

مثال ـ در T_FF زیر فرکانس کلاک ۱۲ کیلوهرتز است، فرکانس Q چند است؟



$T = \frac{1}{f}$, $f = \frac{1}{T}$

دوره تناوب Q دو برابر کلاک است، پس فرکانس Q نصف فرکانس کلاک است، بنابراین فرکانس Q برابر ۶ کیلوهرتز است.

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

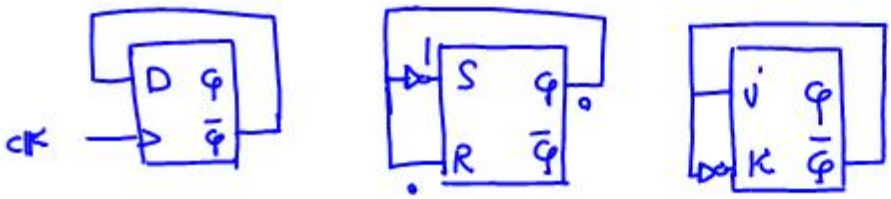
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

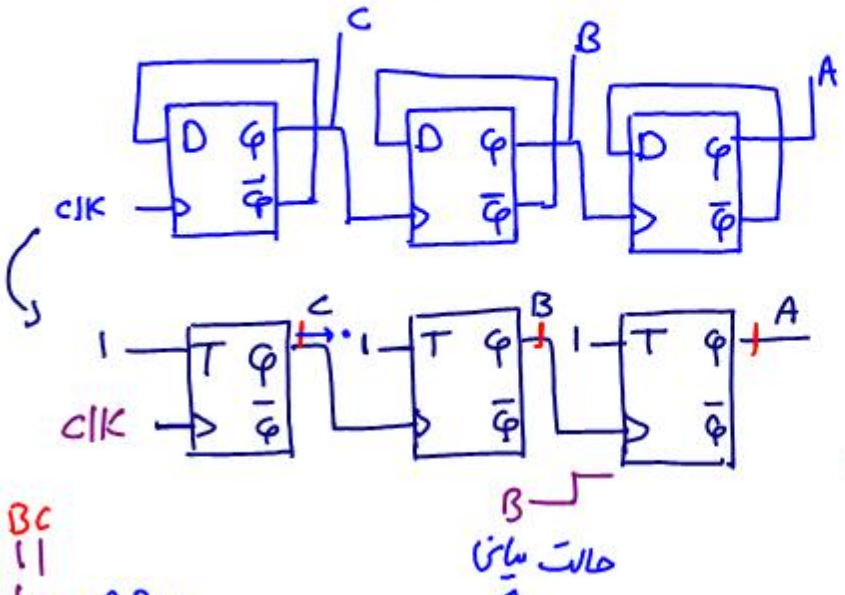
نکته ـ T_FF ای که T اش یک است فرکانس کلاک را نصف می‌کند

نکته: در فلیپ‌فلاپ D و SR و JK اگر $\bar{\varphi}$ را به بالا و φ را به پایین ببریم فرکانس کلاک نصف می‌شود، در واقع با این کار φ در هر لبه no می‌شود، در واقع همه فلیپ‌فلاپ‌های زیر معادل T_FF ای هستند که T شون یک است.



مدارات آسنکرون

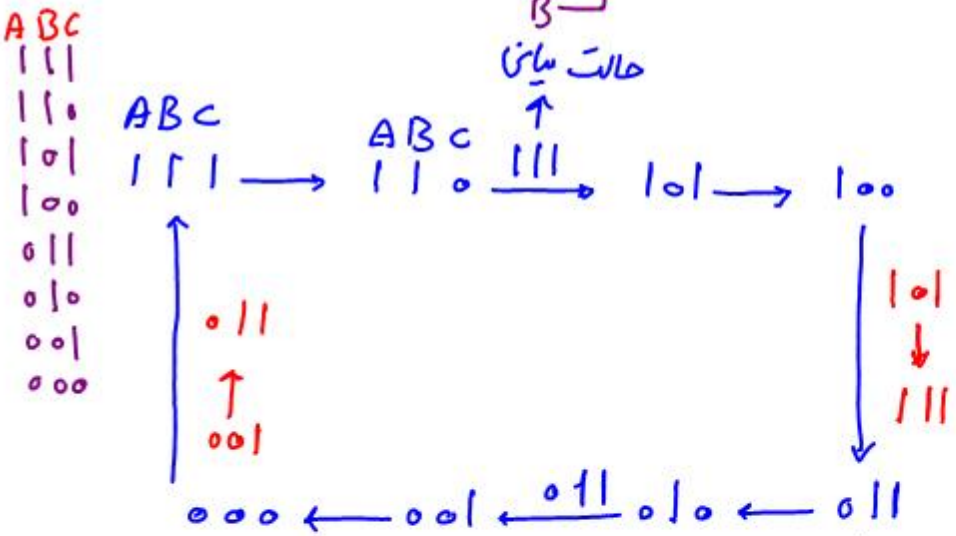
سوال ـ مدار شکل مقابل را تحلیل کنید



- در اینجا همه فلیپ فلاپ ها کلاک شون مشترک نیست

* ارزش متغیرها بصورت ABC است

* این مدار یک شمارنده آسنکرون (شمارنده ripple) است که دارد ترولی می‌شمارد



نکته) در شمارنده آسنکرون اگر لبه کلاک ها منفی باشد شمارنده معکوس است.

نکته ـ فرکانس هر پایه آن را می‌توان محاسبه کرد

$$f_{\text{یک چیزی}} = \frac{\text{تعداد تغییرات به آن چیز}}{\text{تعداد stateهای سیکل‌مان}} \times f_{CLK}$$

$$f_C = \frac{2}{8} \times f_{CLK} = \frac{1}{4} f_{CLK}$$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

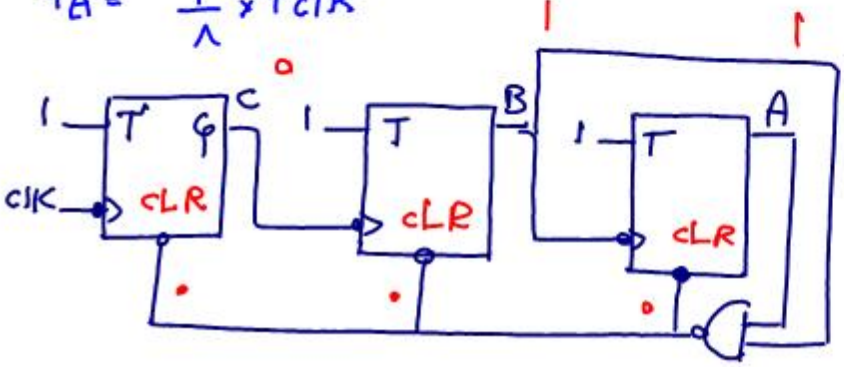
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

$f_B = \frac{2}{4} \times f_{CLK}$

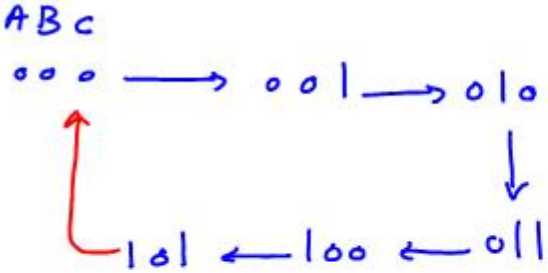
$f_A = \frac{1}{8} \times f_{CLK}$



سوال - مدار زیر را تحلیل کنید اگر

الف) clear آسنکرون باشد

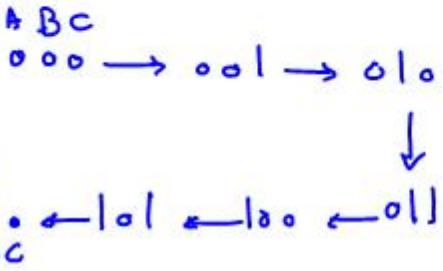
ب) " سنکرون باشد



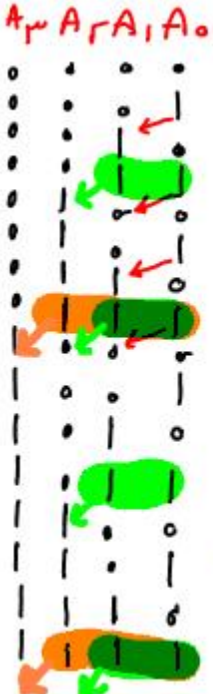
$f_A = \frac{1}{6} \times f_{CLK}$

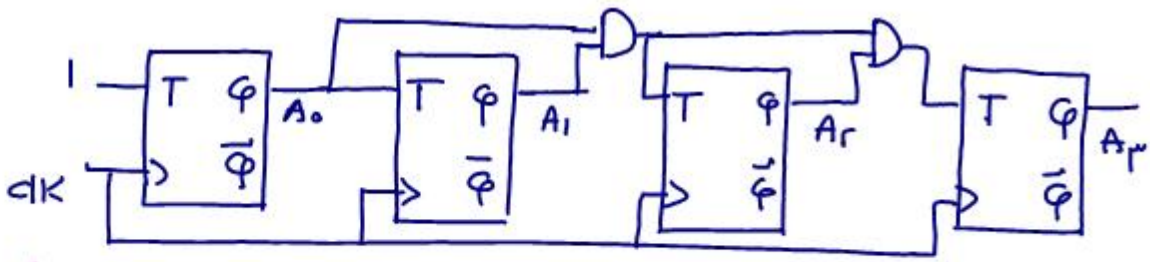
$f_B = \frac{1}{6} \times$ "

$f_C = \frac{3}{6} \times f_{CLK} = \frac{1}{2} f_{CLK}$



سوال - شمارنده ۴ بیتی صعودی سنکرون با T_FF بسازید؟





* در شمارنده صعودی یک خروجی (A_i) وقتی عوض می شود (toggle می کند) که تمامی خروجی های کم ارزش تر از آن ۱ باشند، بنابراین این بدان معنی است که تمامی خروجی های پایین تر (کم ارزش تر) یک خروجی را AND کن و به T آن خروجی بده

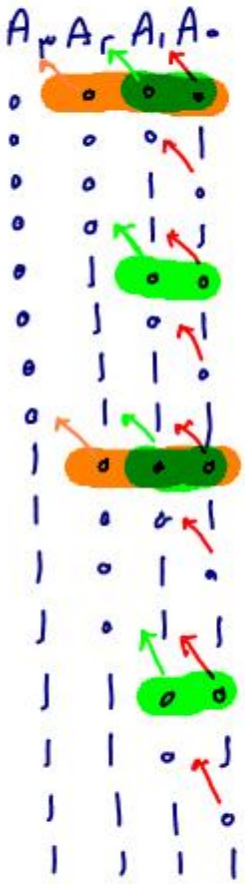
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

* برای ساخت یک شمارنده چهار بیتی ترولی داریم :



$T_{A_0} = 1$

$T_{A_1} = \bar{A}_0$

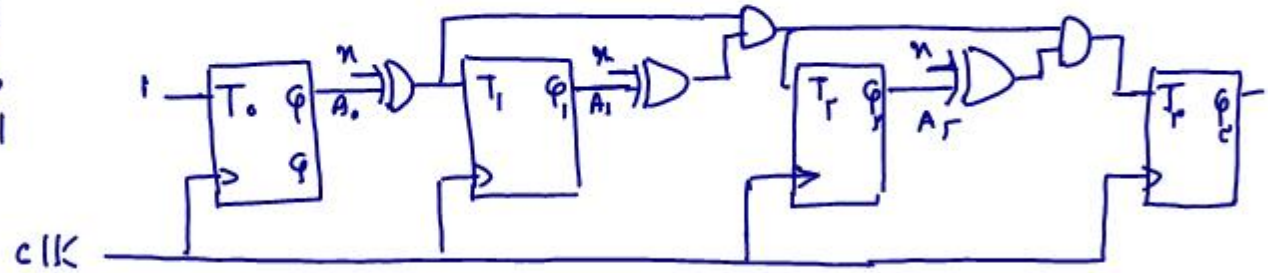
$T_{A_2} = \bar{A}_0 \bar{A}_1$

$T_{A_3} = \bar{A}_0 \bar{A}_1 \bar{A}_2$

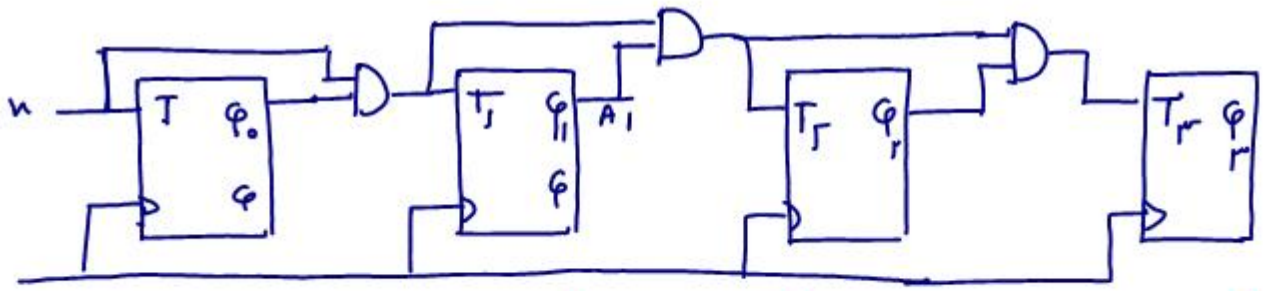
سوال - یک شمارنده چهار بیتی صعودی / ترولی بسازید

$x = 0 \rightarrow$ شمارنده صعودی

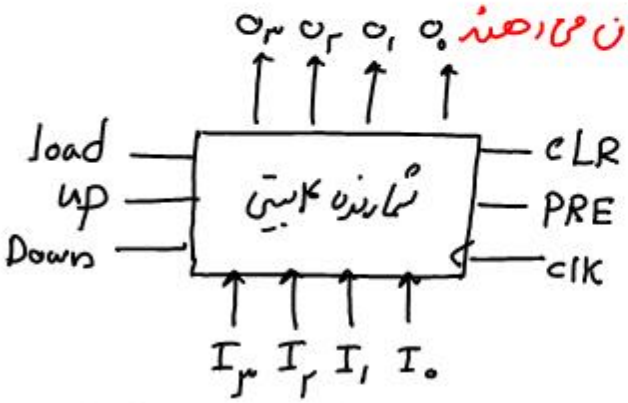
$x = 1 \rightarrow$ شمارنده ترولی



سوال - شمارنده صعودی بسازید که قابلیت حفظ کردن حالت اش را نیز داشته باشد



- بلوک دیاگرام یک شمارنده چهار بیتی را معمولا بصورت زیر نشان می دهند



* CLR و PRE بطور پیش فرض آسنکرون هستند و دارای بیشترین اولویت هستند. بعدش load هست که البته سنکرون است.

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

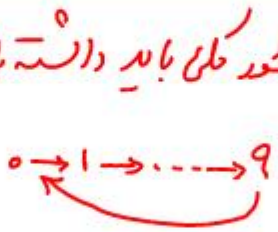
رامین رضوی

سوال - شمارنده mod-۱۰ صعودی

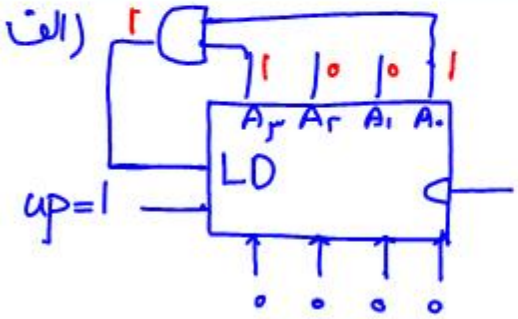
الف) سنکرون طراحی کنید

ب) آسنکرون " "

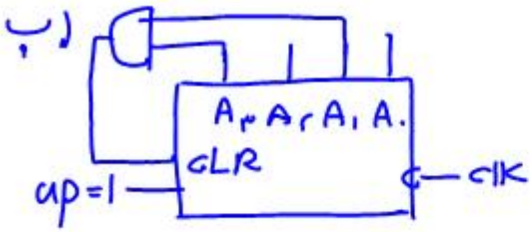
بطور کلی باید داشته باشیم



الف)



ب)



سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir
رامین رضوی

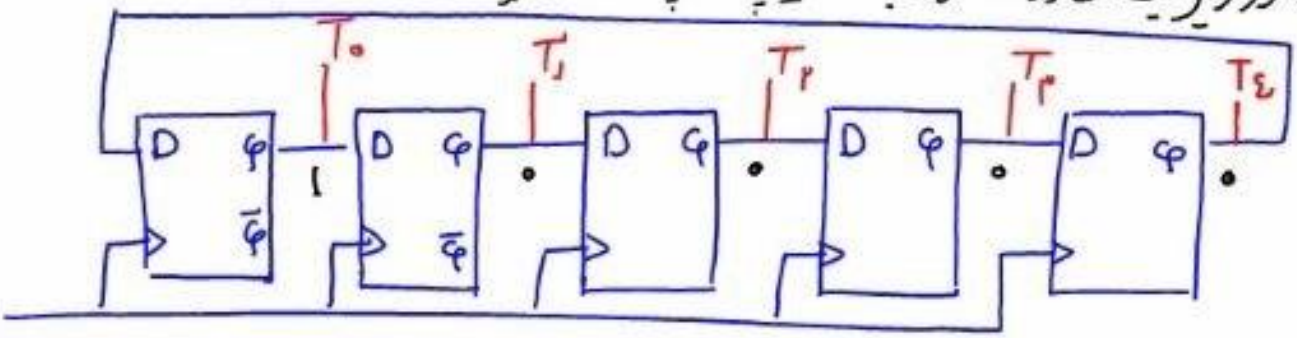
مدارهایی که با استفاده از آنها سیگنال زمانی ساخته می‌شود

یکی سیگنال هستند که در هر لحظه از زمان یکی شون ۱ است و بقیه شون ۰ است

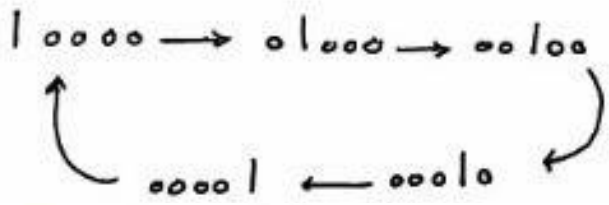
۱- شمارنده حلقوی (Ring counter)

از تعدادی D-FF تشکیل شده که خروجی هر FF به ورودی FF بعدی متصل است و خروجی آخرین FF به ورودی اولین FF وصل است.

مثال: در زیر یک شمارنده حلقوی با ۵ طبیب فلاپ می بینید



- در شمارنده حلقوی باید در ابتدا مدار را مقدار دهی اولیه بکنیم و این کار را به اینصورت انجام می دهند که می گیند و خروجی اولین طبیب فلاپ را ۱ و خروجی سایر FF ها را ۰ می کنند. (Defualt)

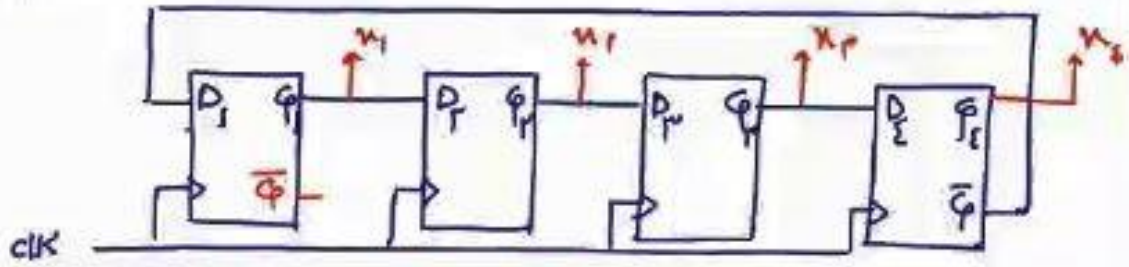


نکته) مشاهده کردیم که با ۵ تا FF، فقط ۵ حالت (حالتای) تولید می‌شود و بطور کلی شمارنده حلقوی با n تا FF، n تا حالت تولید می‌کند که در هر حالت فقط یکی از خروجی ها ۱ و بقیه خروجی ها ۰ هستند

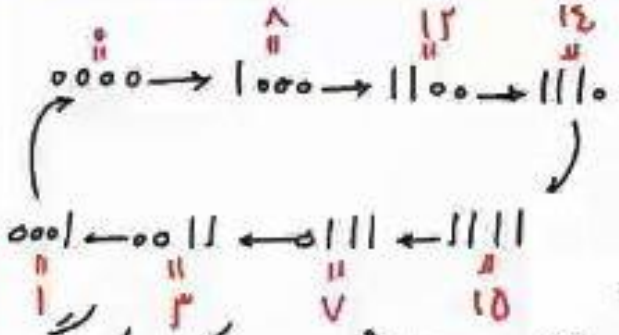
نکته) اما می دانیم که با n تا FF، 2^n تا حالت می‌توانیم داشته باشیم که شمارنده حلقوی فقط n حالت از این 2^n حالت را تولید می‌کند، بنابراین هزینه شمارنده حلقوی بالاست.

www.konkurcomputer.ir

۴ـ شمارنده جانسون : مانند شمارنده حلقوی است با این تفاوت که not آخرین FF به ورودی اولین FF وارد می‌شود



* تعداد حالتهای اولیه شمارنده جانسون : همیشه هستند



* جانسون با n تا فلیپ فلاپ 2n تا حالت تولید می‌کند

البته در ابتدا اینها سیگنال زمانی نیستند و برای اینکه اینها سیگنال زمانی شود، باید یکسری کار دیگر روی پایه‌های خروجی (x_i) انجام دهیم.

$x_1 x_2 x_3 x_4$

$T_0 = \bar{x}_1 \bar{x}_4$

$T_1 = x_1 \bar{x}_2$

$T_2 = x_2 \bar{x}_3$

$T_3 = x_3 \bar{x}_4$

$T_4 = x_1 x_4$

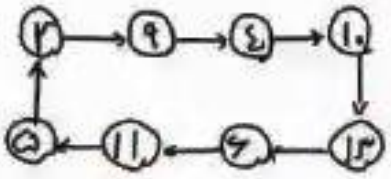
$T_5 = \bar{x}_1 x_2$

$T_6 = \bar{x}_2 x_3$

$T_7 = \bar{x}_3 x_4$

برای 2n حالتمان، 2n گیت AND قرار می‌دهیم و به اینصورت 2n سیگنال زمانی تولید می‌کنیم.

* شمارنده جانسون self start نیست.



2 = 0010
9 = 1001
4 = 0100
10 = 1010
13 = 1101
6 = 0110
11 = 1011
5 = 0101

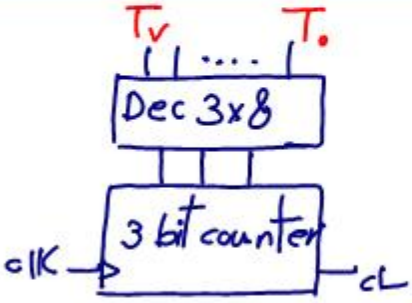
* می‌توان با تغییر زیر جانسون را خود تصحیح کننده کرد : $D_{x_3} = (x_1 + x_{x_3}) x_2$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

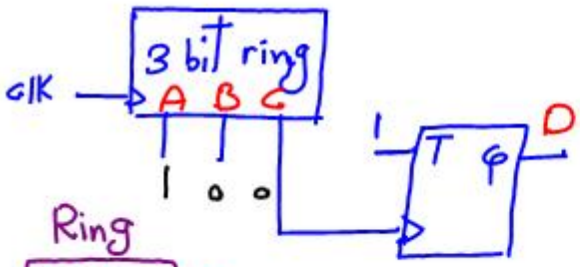
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی



سوال - شمارنده زیر مدچند است؟ خروجی را ABCD در نظر بگیرید



سوال - اگر به جای 3 bit ring، 3 bit janson بذاریم سوال را حل کنید

Ring

A	B	C	D	
1	0	0	0	۸
0	1	0	0	۴
0	0	1	1	۳
1	0	0	1	۹
0	1	0	1	۵
0	0	1	0	۲
1	0	0	0	۸

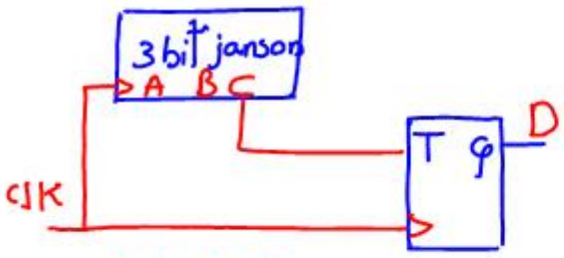
mod_6

جانسون

A	B	C	D	
0	0	0	0	۰
1	0	0	0	۸
1	1	0	0	۱۲
1	1	1	1	۱۵
0	1	1	1	۷
0	0	1	1	۳
0	0	0	1	۱
1	0	0	1	۹
1	1	0	1	۱۳
1	1	1	0	۱۴
0	1	1	0	۶
0	0	1	0	۲

mod_12

سوال - شمارنده زیر مدچند است؟



A	B	C	D	
0	0	0	0	۰
1	0	0	0	۸
1	1	0	0	۱۲
1	1	1	0	۱۴
0	1	1	1	۷
0	0	1	0	۲
0	0	0	1	۱
1	0	0	1	۹

A	B	C	D	
1	0	0	1	۹
1	1	0	1	۱۳
1	1	1	1	۱۵
0	1	1	0	۶
0	0	1	1	۳
0	0	0	0	۰

mod_12

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

طراحی مدارات ترتیبی

جدول تحریک

φ	φ^*	S	R	J	K	T	D
0	0	0	X	0	X	0	0
0	1	1	0	1	X	1	1
1	0	0	1	X	1	1	0
1	1	X	0	X	0	0	1

ما باید بتوانیم با توجه به φ و φ^* در مورد پایه‌های کنترلی تصمیم بگیریم

S	R	φ^*	$\varphi=0$	$\varphi=1$
0	0	φ	0	1
0	1	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	غیرمجاز	غیرمجاز	غیرمجاز

مثال - با استفاده از D-FF یک شمارنده باینری up/down با ورودی u (u اگر 0 بود به سمت بالا شمارد و اگر $u=1$ بود به سمت پایین شمارد) طراحی کنید

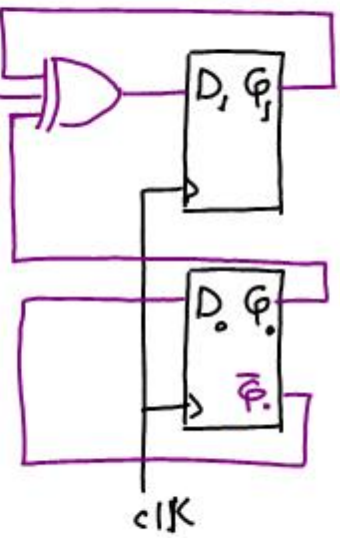
حالت بعدی $\varphi_1^* \varphi_0^*$

حالت فعلی

φ_1	φ_0	$u=0$	$u=1$
0	0	01	11
0	1	10	00
1	0	11	01
1	1	00	10

$\varphi^* = D \Rightarrow \varphi_1^* = D_1$

$\varphi_0^* = D_0$



$P_1 = \varphi_{1*}$

u \ $\varphi_1\varphi_0$	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

$P_1 = u \oplus \varphi_1 \oplus \varphi_0$

$D_0 = \varphi_0^*$

u \ $\varphi_1\varphi_0$	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	0	0	1

$D_0 = \bar{\varphi}_0$

مثال - یک شمارنده دو بیتی صعودی باینری (گری) با هر ۴ نوع فلیپ فلاپ بسازید (ارزش بیت‌ها بصورت AB است). اگر $x=0$ باینری بشمارد و اگر $x=1$ گری بشمارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

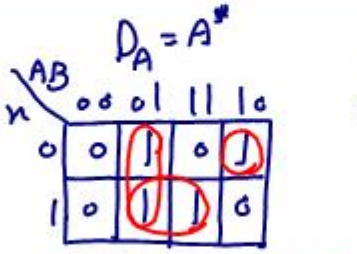
مدار منطقی

رامین رضوی

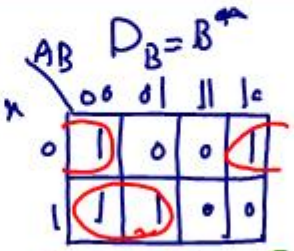
طراحی با D-FF :

A	B	$x=0$	$x=1$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

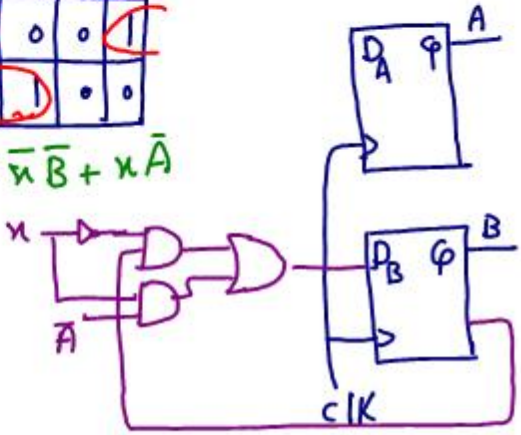
$A^* B^*$



$D_A = \bar{A}B + x\bar{B} + \bar{x}A\bar{B}$



$D_B = \bar{x}\bar{B} + x\bar{A}$

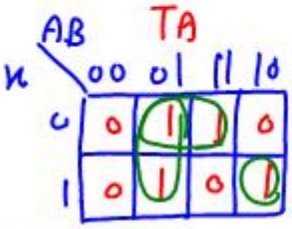


به A^*, B^* نگاه می کنم

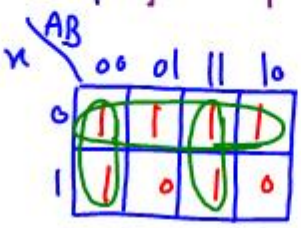
طراحی با T-FF

A	B	$x=0$	$x=1$	T_A $x=0$	T_A $x=1$	T_B $x=0$	T_B $x=1$
0	0	0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	1	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	1

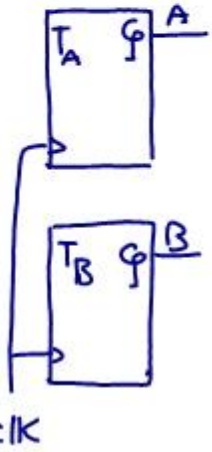
$A^* B^*$



$T_A = \bar{A}B + \bar{x}B + xA\bar{B}$



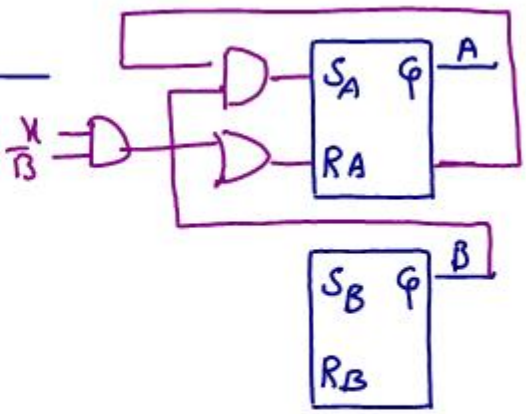
$T_B = \bar{x} + \bar{A}\bar{B} + AB$

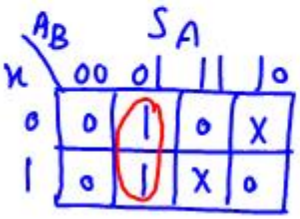


طراحی با SR-FF

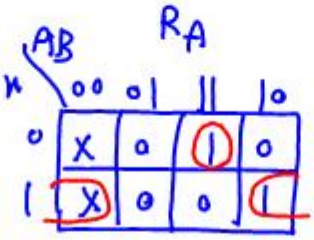
A	B	$x=0$	$x=1$	$S_A R_A$ $x=0$	$S_A R_A$ $x=1$	$S_B R_B$ $x=0$	$S_B R_B$ $x=1$
0	0	0	0	0X	0X	10	10
0	1	1	1	10	10	01	X0
1	0	1	1	X0	01	10	0X
1	1	0	0	01	X0	01	01

$A^* B^*$





$S_A = \bar{A}B$



$R_A = \bar{x}AB + x\bar{B}$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

طراحی با JK : در فلیپ فلاپ JK معادله مشخصه بصورت زیر بود

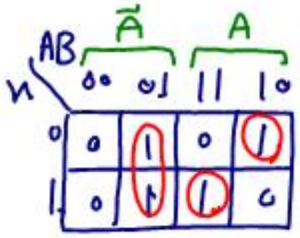
J	φ
K	$\bar{\varphi}$

$$\Rightarrow \varphi^* = J\bar{\varphi} + \bar{K}\varphi$$

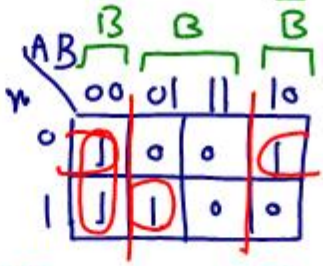
$$A^* = J_A\bar{A} + \bar{K}_A A$$

$$B^* = J_B\bar{B} + \bar{K}_B B$$

A^*



B^*

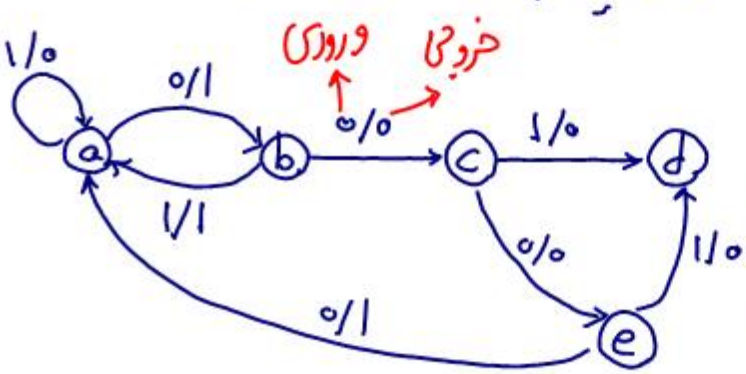


$$A^* = B\bar{A} + (xB + \bar{x}\bar{B})A$$

$$B^* = (\bar{A} + \bar{x})\bar{B} + x\bar{A}B$$

$J_A = B$ ، $K_A = x \odot B \Rightarrow K_A = x \oplus B$ ، $J_B = \bar{A} + \bar{x}$ ، $K_B = x\bar{A} \Rightarrow K_B = \bar{x} + A$

مثال - دیاگرام حالت زیر را با هر FF طراحی کنید (بدون کاهش حالت)



- نکته: مداری که n تا حالت دارد با $\lceil \log_2 n \rceil$ تا فلیپ فلیپ پیاده سازی می‌شود

← برای پیاده سازی مدار این سوال ۳ تا فلیپ فلاپ می‌خواهیم ← هر حالت را با ۳ بیت ABC

باید نشان دهیم ← تخصیص بیت به حالات

حالت فعلی	حالت بعدی $x=0$	$x=1$
a	b/1	a/0
b	c/0	a/1

a b c d e

به این تعداد می‌توانیم به حالا تمان بیت اختصاص بدهیم $\Rightarrow \frac{8!}{3!} = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

نکته - تخصیص بیت های متفاوت در حجم سعت افزار (پیچیدگی) مدار تریسی تاثیر دارند و هیچ الگوریتمی وجود ندارد که به ما بگوید کدام تخصیص بیت از همه بهتر است .

حالت فعلی			حالت بعدی $A^*B^*C^*$		خروجی		T_A	
A	B	C	x=0	x=1	x=0	x=1	x=0	x=1
a	0	0	001	000	1	0	0	0
b	0	0	1	0	0	1	0	0
c	0	1	0	0	0	0	1	0
d	0	1	1	1	X	X	X	X
e	1	0	0	0	1	0	1	1
	1	0	1					
	1	1	0					
	1	1	1					

n_A \ BC	00	01	11	10
00	0	0	X	1
01	0	X	X	X
11	0	X	X	X
10	0	0	X	0

$D_A = A^* = \bar{x}B$

sequence detector

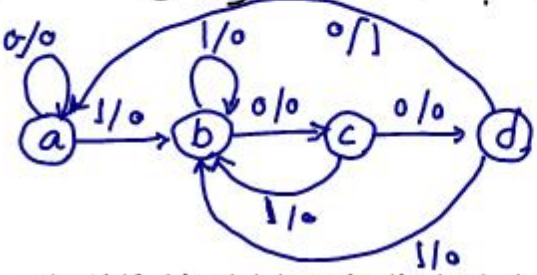
مثال - مداری طراحی کنید که دنباله 1000 را تشخیص دهد؟ با میلی و مور

By Defaut → msb

- یک مداری می خواهیم بسازیم که یک ورودی دارد ورودی $x = 0101001011100011$ (x) و یک خروجی دارد (y) و با هر کلاک یک بیت خروجی $y = 0000000000000100$ (y)

ورودی از سمت msb وارد می شود و به ازای هر بیت ورودی یک بیت خروجی تولید می شود.

هرگاه توالی 1000 در ورودی دیده شود خروجی 1 چاپ می شود ، در غیر اینصورت خروجی 0 خواهد بود .



4 حالت داریم بنابراین دوتا فلیپ فلاپ می خواهیم

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

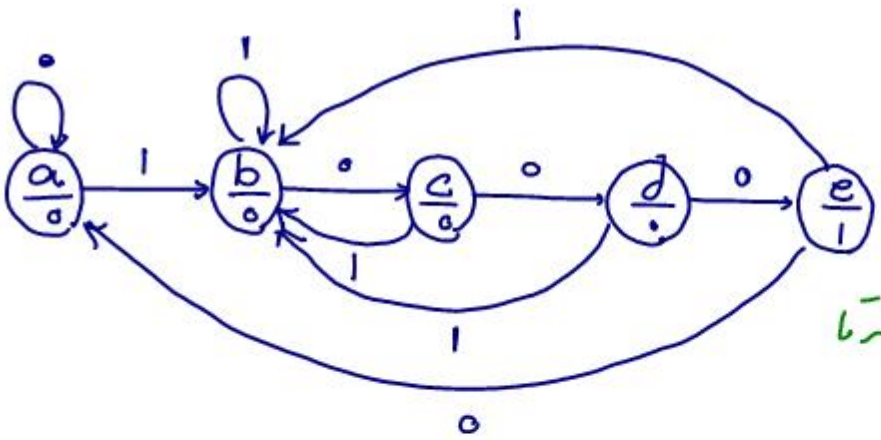
مدار منطقی

رامین رضوی

A^* B^*		y	
A B	$x=0$ $x=1$	$x=0$	$x=1$

* طراحی با D : سه جدول کارنو (D_A و D_B و y) که هرسه، سه متغیره هستند (A و B و x)

* طراحی با JK : ۵ جدول کارنو (J_A و K_A و J_B و K_B و y) سه متغیره (A و B و x)



طراحی با سور

* ۵ حالت داریم بنابراین سه تا FF نیاز داریم.

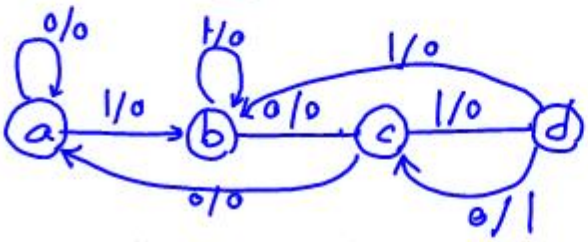
طراحی با D : سه جدول کارنو (D_A و D_B و D_C) چهار متغیره (A و B و C و x) و یک جدول کارنو برای خروجی (y) و سه متغیره (A و B و C)

طراحی با S-R : شش جدول کارنو (S_A و R_A و S_B و R_B و S_C و R_C) چهارمتغیره و یک جدول کارنو سه متغیره

مثال - مداری طراحی کنید که 1010 را تشخیص دهد و هم پوشانی مجاز است (بصورت میلی)

* توجه: By default همپوشانی را مجاز بگیرید

x = 0 0 1 1 0 0 1 0 1 0
y = 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1



سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

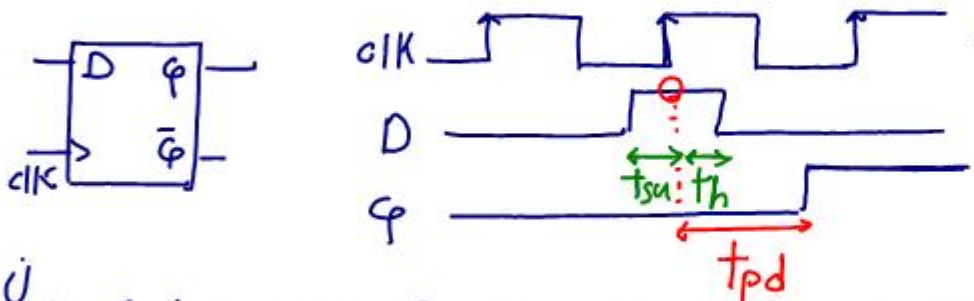
پارامترهای زمانی فلیپ فلاپ‌ها

فلیپ فلاپ D سه تا پارامتر زمانی دارند

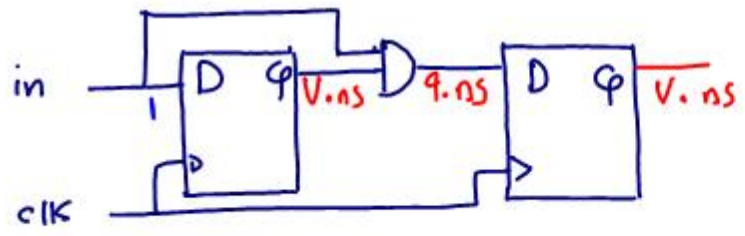
۱- تاخیر انتشار (propagation delay) : مدت زمانی است که طول می‌کشد تا بعد از لبه کلاک Q تغییر کند

۲- تاخیر راه اندازی ، زمان راه‌اندازی (setuptime) : حداقل مدت زمانی که باید ورودی فلیپ فلاپ قبل از آمدن لبه کلاک مقدارش ثابت شده باشد

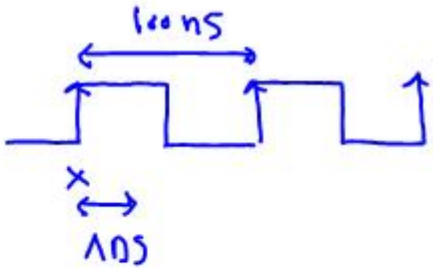
۳- زمان نگهداری (hold time) : حداقل مدت زمانی که لازم است ورودی FF بعد از آمدن لبه کلاک مقدار خودش را حفظ کند و عوض نشود



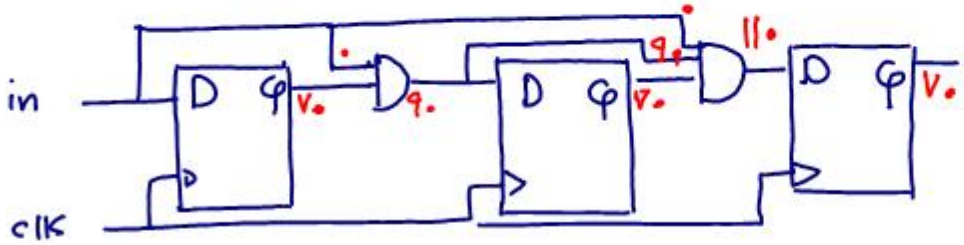
سوال - در شکل زیر تاخیر گیت های ساده را ۲۰ns و تاخیر فلیپ فلاپ D را ۷۰ns و همچنین تاخیر زمان راه اندازی را ۱۰ns و تاخیر زمان نگهداری را ۸ns در نظر بگیرید ، حداقل پریود کلاک چقدر می‌تواند باشد ؟



$T = 100\,ns$



$$T_{CLK} \geq Delay_{FF} + delay_{Max} + t_{setup}$$



$T = 120\,ns$

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

نکته) Hold time باید کوچکتر از حاصل جمع تاخیر FF و کمترین بخش ترکیبی مدار باشد

$t_{hold} < delay_{FF} + delay_{min}$ → اگر این رابطه برقرار نباشد، با کم و زیاد کردن T نمی‌توانیم مدار را درست کنیم

کاهش حالات در مدارات ترتیبی

در طراحی مدارات ترتیبی می‌خواهیم تا می‌توانیم بیاییم و جدول حالاتمان را کاهش دهیم، کاهش حالت ۲ دو مزیت می‌تواند داشته باشد

۱- مدار را با تعداد FF های کمتری پیاده‌سازی کنیم

۵ state → ۳FF
۴ " → ۲ "

۲- گاهی کاهش حالت باعث کاهش مدار ترکیبی می‌شود

- کاهش حالات با یافتن حالت های معادل و سپس نگه داشتن یکی از حالت های معادل و کنار گذاشتن سایر آنها صورت می‌گیرد

حالت معادل: (equivalent state) : در یک مدار ترتیبی (یا الگوریتم حالت، FSM) دو حالت با یکدیگر معادل هستند اگر و تنها اگر با شروع از هر یک از آنها به ازای هر رشته ورودی، رشته خروجی یکسانی ایجاد گردد

شرط کافی معادل بودن: ۱- ۲ حالت به ازای ورودی های یکسان خروجی های یکسان تولید کنند

۲- به ازای ورودی های یکسان حالت های بعدی شان یکسان باشند

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

توجه) این شرط کافی است ولی لازم نیست، به این معنا که ممکن است دو حالت شرط کاهش را نداشته باشند ولی معادل باشند، که این مورد در صورتی رخ میدهد که ۲ حالت به ازای ورودی های یکسان خروجی های یکسان تولید کنند و به ازای ورودیهای یکسان حالت های بعدی شان معادل باشند نه یکسان

نکته) به دو حالتی که به ازای ورودیهای یکسان خروجی های یکسانی داشته باشند ولی به حالت های بعدی متفاوتی بروند، معادل مشروط می گوییم

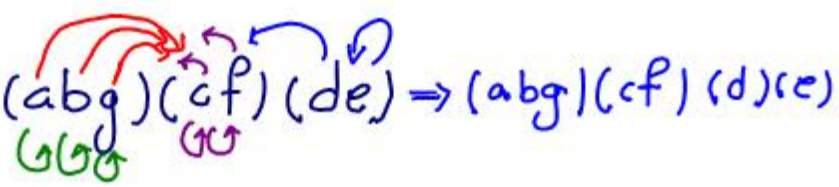
کاهش حالات
- در جداول ناقد Don't care
  - روش افراز
  - جدول ایجاب
- " " دارای Don't care ، جدول ایجاب

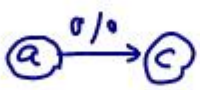
در جداول ناقد Don't care

۱- روش partitioning

سوال - جدول حالت زیر پس از کاهش تعداد حالات دارای چند حالت خواهد بود؟

حالت فعلی	x=0	x=1
a	c/0	g/0
b	f/0	b/0
c	b/1	f/1
d	c/0	g/1
e	d/0	g/1
f	g/1	c/1
g	f/0	a/0





۳_۱
۴_۲
۵_۳
۶_۴

نکته ۱- اگر مالِ ورودی به حالتی یا قسمتی از نمودار حالت وجود نداشته باشد می گویند این حالت یا این قسمت unreachable است و این به این معنا است که ماشین هرگز به این حالت (یا قسمت) وارد نخواهد شد و بنابراین ما می توانیم حالت های unreachable را از دیاگرام حالتشان حذف کنیم

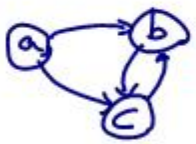
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

نکته ۲- اینکه چه تعدادی از دیاگرام حالت unreachable هست به این بستگی دارد که حالت اولیه از کجا شروع می‌شود



⇒ اگر از b و c شروع کنیم حالت a غیر قابل دسترس است

نکته ۳- همیشه بعد از ساده سازی دیاگرام حالت مدار را رسم کنید زیرا ممکن است حتی یک حالت unreachable آن وجود داشته باشد که نیاز باشد آنها را حذف کنیم

سوال- در جدول حالت زیر با فرض آن که x تنها ورودی مدار ترتیبی باشد، کدام حالت ها با هم معادل هستند؟

حالت فعلی	حالت بعدی x=0	حالت بعدی x=1	خروجی x=0	خروجی x=1
a	a	e	1	0
b	f	a	0	1
c	c	b	1	0
d	d	a	0	0
e	f	c	0	1
f	d	a	0	0

۱- حالت های d و f

۲- " c و a

۳- " e و b

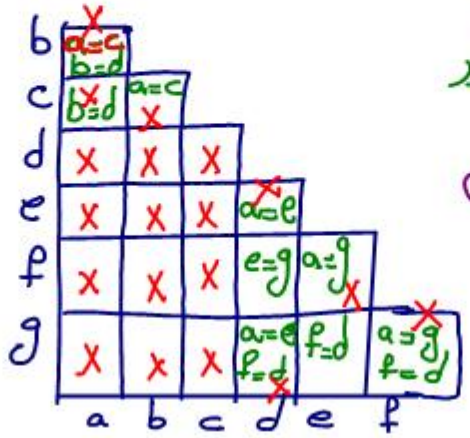
۴- هر سه جواب صحیح است

(a c)(b e)(d f)

روش ۲) جدول ایجاب یا pair Table

مثال- جدول زیر را کاهش دهید:

حالت فعلی	حالت بعدی x=0	حالت بعدی x=1
a	a/0	b/0
b	c/0	d/0
c	a/0	d/0
d	e/0	f/1
e	a/0	f/1
~~f~~	~~g/0~~	~~f/1~~
~~g~~	~~a/0~~	~~d/1~~



* در هر خانه شرط معادل بودن نوشته می‌شود

* a و d معادل مشروط هستند و معادل بودن اینها مشروط به معادل بودن a و c، b و d است

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

مدار منطقی

رامین رضوی

* dof ، doe : حالت‌های معادل مشروط با شرایط چرخشی له

نکته) در جداول ناقد don't care خاصیت تعدی بین کسانی که با هم معادل هستند برقرار است

$d \equiv f,\ f \equiv g \Rightarrow d, f, g$

کاهش حالات جداول شامل Don't care

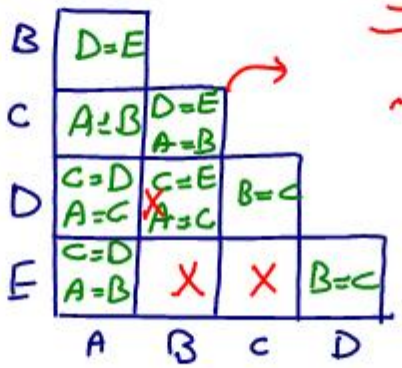
- در این حالت به ترتیب مراحل زیر را اجرا می‌کنیم

۱- جدول زوج (ایجاب) می‌کشیم و زوج‌های سازگار (معادل) را می‌یابیم

۲- نمودار ادغام می‌کشیم و سازگارهای ماکسیمال را پیدا می‌کنیم

۳- از بین سازگارهای ماکسیمال حداقل تعداد را طوری انتخاب می‌کنیم که پوششی وسیع باشند

حالت فعلی	حالت بعدی x=0	حالت بعدی x=1
A	D/–	A/–
B	E/0	A/–
C	D/0	B/–
D	C/–	C/–
E	C/1	B/–



DE ایجاب کننده AB و BC

زوج‌های سازگار = (AB)(Ac)(AD)(AE)(Bc)(cD)(DE)

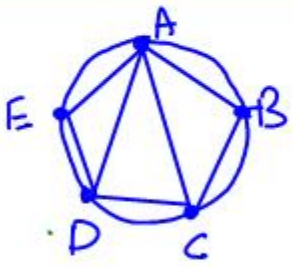
۲) کشیدن نمودار ادغام

* نمودار ادغام یک دایره است که روی محیط آن همه حالات قرار می‌گیرند، سپس زوج‌های سازگار را هم وصل می‌کنیم، حال سازگارهای ماکسیمال اینها هستند

۱- مثلث
۲- پاره خط
۳- چند ضلعی محدب که قطرهایش رسم شده
۴- راس تنها

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد.
@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir
مدار منطقی
رامین رضوی



سازگارهای ماکسیمال : (ABC)(ADC)(ADE)

۳- پوششی بودن یعنی همه حالات را بپوشونیم

بسته بودن : به ازای هر دو حالتی که در یک دسته انتخاب می‌کنیم احتما ایجاب کننده‌هایشان نیز در یک دسته باشند و متفرق نشده باشند

نکته) ما مجاز هستیم از بین سازگارهای ماکسیمال حالاتی را حذف کنیم به شرطی که شرط پوششی بودن از بین نرود

(ABC)(ADE)
X

⇒(ABC)(DE)

سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیر مجاز از ویدئوها ندارد. استفاده غیر مجاز از این فیلم کاملا حرام و پیگرد قانونی دارد